



O AMPLIFICADOR *LOCK-IN*

AUTORES:

RAFAEL ASTUTO AROUCHE NUNES

MARCELO PORTES DE ALBUQUERQUE

MÁRCIO PORTES DE ALBUQUERQUE

OUTUBRO 2007

SUMÁRIO

RESUMO.....	3
INTRODUÇÃO.....	4
PARTE I: O QUE É UM AMPLIFICADOR <i>LOCK-IN</i> ?.....	5
PARTE II: A FUNCAO DE CORRELAÇÃO.....	6
PARTE III: REDUÇÃO DE RUÍDOS.....	9
PARTE IV: A DETECÇÃO SENSÍVEL DE FASE.....	10
PARTE V: UM SIMULADOR EM MATLAB.....	12
REFERÊNCIAS.....	14

RESUMO

Esta Nota Técnica visa apresentar conceitos e aplicações do Amplificador *Lock-In*, de uma forma detalhada e objetiva. Serão abordados conceitos teóricos e práticos, explicitando-se modelos da estrutura interna de um *Lock-In*, focando-se principalmente na característica de detecção sensível de fase.

INTRODUÇÃO

De uma forma geral um amplificador *Lock-In* é um instrumento de dupla funcionalidade. Pode recuperar sinais presentes em ruídos background (segundo plano) ou ainda prover uma alta definição de medidas de sinais relativamente limpos, como magnitude e frequência. Atualmente instrumentos mais modernos disponibilizam muito mais do que estas duas simples funcionalidades, o que encaixa o *Lock-In* em diversas áreas da ciência, sendo essencial para problemas que necessitam de medidas precisas.

Um amplificador *Lock-In* moderno atualmente oferece as seguintes funções: recuperação de sinais AC, medidor sensível de fase, unidade de medida de ruídos, voltímetro, analisador de espectro, entre outros.

Tantas características fazem do amplificador *Lock-In* um aparelho essencial em qualquer laboratório de medidas físicas.

PARTE I: O QUE É UM AMPLIFICADOR *LOCK-IN*?

O amplificador *Lock-In*, assim como outros dispositivos AC, fornecem uma saída DC proporcional ao sinal AC de entrada, que pode ser verificada através de displays digitais ou ainda através de interfaces em computadores.

O *Lock-In* é utilizado largamente com a função de detectar diferenças de fase entre sinais. Para tal utiliza a técnica de Detecção Sensível de Fase ou PSD (na sigla em Inglês). Este dispositivo é um tipo de filtro retificador, que é o coração do *Lock-In*. Este componente capta apenas o sinal de interesse para a medida, suprimindo o efeito de ruídos ou interferência de componentes ativos.

Para funcionar corretamente o PSD deve estar “programado” para funcionar numa determinada banda de frequência, ou seja, reconhecer apenas o sinal de interesse para a medida, eliminando frequências indesejadas. Isto é feito fornecendo-se ao detector uma tensão de referência de mesma frequência e com uma fase fixa relacionada ao sinal de entrada. O uso deste sinal de referência assegura que o instrumento irá “rastrear” qualquer mudança na frequência do sinal que está sendo analisado. Desta característica que deriva-se o nome do aparelho.

A capacidade do *Lock-In* de rastrear o sinal permite que ele analise sinais com uma banda de frequência pequena.

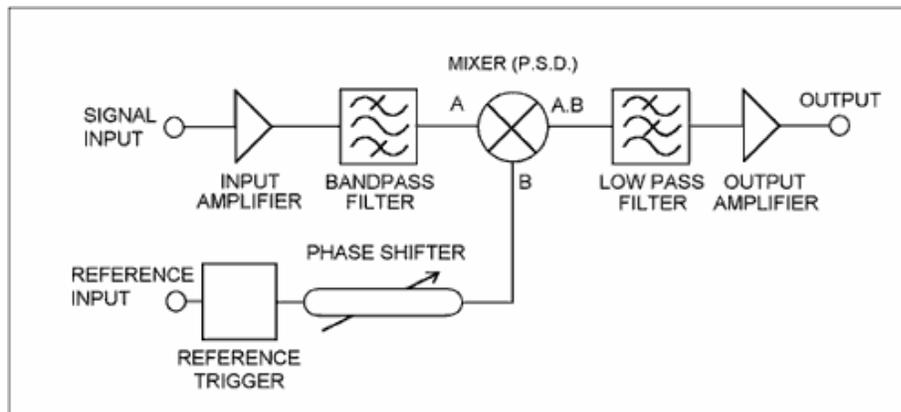


Figura 1: Diagrama de blocos de um típico amplificador *Lock-In* [1]

PARTE II: A FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO

A chave para a compreensão básica do amplificador *Lock-In* [2] encontra-se no comportamento da função de correlação.

$$(1) \quad R(\delta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot g(t + \delta) dt$$

A equação (1) mostra uma integral definitiva de um produto de quaisquer duas funções dependentes do tempo, f e g , com um parâmetro do tempo, δ , variando de 0 a ∞ . R é um número que indica a correlação entre f e g no tempo δ , sendo zero se f e g forem completamente "independentes" um do outro. Esta relação pode ser resumida se pararmos a integração antes. R então se transforma também uma função do limite superior da integração, T :

$$(2) \quad R(\delta, T) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot g(t + \delta) dt$$

No caso de sinais muito fracos em um experimento, $g(t)$, com o ruído sobreposto possivelmente muito grande, esta relação permite procurar uma correlação de $g(t)$, em um momento δ , com um sinal "conhecido", $f(t)$, de "referência". Se a função de correlação, de acordo com equação (2), render um valor diferente de zero, deve então existir um sinal não nulo, $g(t)$, provindo da experiência.

A frequência do sinal de referência teve sua amplitude modulada pelo sinal de resposta do experimento. A demodulação do sinal composto é feita por detecção síncrona, isto é multiplicação sucessiva do sinal a ser medido com a frequência do sinal original, exatamente o que representa o *Lock-In*.

O caso o mais simples a ser analisado é usando uma função harmônica, como a de referência:

$$f(t) = a \sin(\omega_0 t)$$

Se todos os parâmetros do sistema experimental estiverem sendo modulados nesta maneira, então o experimento responderá com sinais que contêm também a frequência da modulação, isto é:

$$g(t) = b \sin(\omega_0 t + \Delta)$$

Neste caso b é a amplitude do sinal estudado, Δ é o deslocamento de fase no sinal medido com respeito à função da modulação, causada por vários atrasos dentro do sistema físico.

A função de correlação, chamada também de função de autocorrelação, funciona igual a da integral abaixo:

$$(3) \quad R_1(\Delta) = \frac{ab}{nT} \int_0^{nT} \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \Delta) dt$$

O limite superior da integração é nT , a onde T é o período da frequência ω , e n é um inteiro. Cortando a série acima num tempo T_0 obtemos a seguinte equação derivada da equação acima:

$$(4) \quad R_1(\Delta_1) = U_1 = \frac{ab}{2} \cdot \cos \Delta_1$$

A partir de agora iremos adiantar ou atrasar o ângulo da fase da equação (4) em $\pm \pi/2$. Com isso temos uma segunda relação de fase na qual: $\Delta_2 = \Delta_1 = \pm \pi/2$, que iremos jogar em nossa função de correlação:

$$(5) \quad R_2(\Delta_2) = \frac{ab}{nT} \int_0^{nT} \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \Delta_2) dt =$$

$$R_2(\Delta_2) = \frac{ab}{nT} \int_0^{nT} \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \Delta_1 \pm \frac{\pi}{2}) dt$$

$$(6) \quad R_2(\Delta_1) = U_2 = \pm \frac{ab}{2} \cdot \sin \Delta_1$$

Agora temos duas tensões de saída, U_1 e U_2 , dependentes de Δ_1 e Δ_2 , respectivamente, as quais podemos somar em coordenadas polares para obter a tensão de saída, ou a magnitude do sistema físico:

$$(7) \quad U_{out} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{\left(\frac{ab}{2}\right)^2 [\cos^2 \Delta + \sin^2 \Delta]} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{b}{\sqrt{2}} = a_{rms} \cdot b_{rms}$$

Analogamente podemos calcular a fase do sistema através da seguinte relação:

$$(8) \quad \tan \Delta = \frac{\sin \Delta}{\cos \Delta} = \frac{U_2}{U_1} \quad \longrightarrow \quad \Delta = \tan^{-1} \left(\frac{U_2}{U_1} \right)$$

Através destas equações percebemos que se ajustarmos o sistema para que a_{rms} seja unitário então U_{out} será igual a b_{rms} , ou seja, o sinal rms que estamos medindo, sem diferença de fase.

Com isso percebemos que através da Função de Correlação aplicada ao *Lock-In* obtemos, com um sinal de referência, duas saídas: uma que nos indica a magnitude do sistema e a outra a fase do sistema físico em questão. Isto pode ser mais bem visualizado no esquema abaixo:

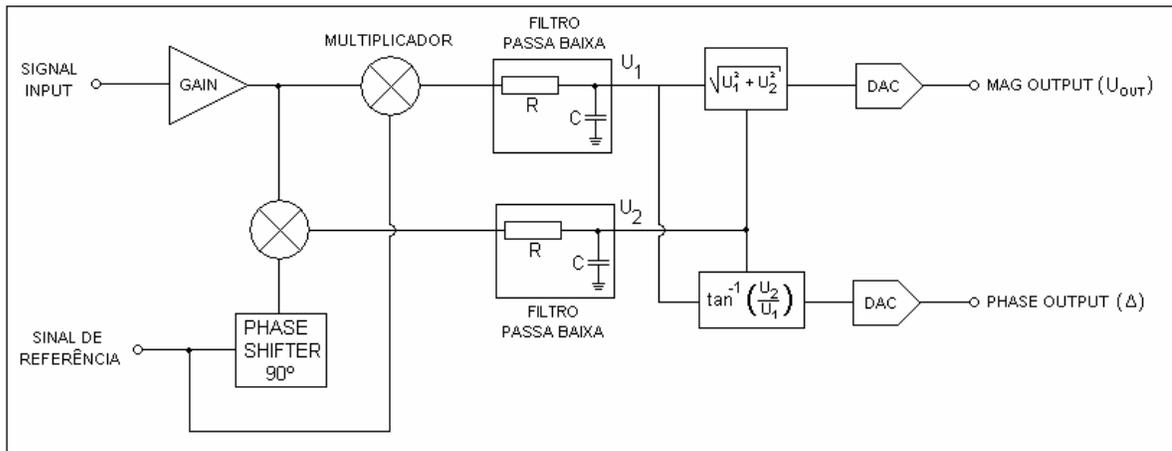


Figura 2: Diagrama de um analisador *Lock-In* [3]

PARTE III: REDUÇÃO DE RUÍDOS

Existem duas razões principais para usar o amplificador *Lock-In* [4] em uma experiência científica: sua facilidade em reduzir ruído, ou seja, melhorar a Relação Sinal-Ruído (SNR) do sinal a ser medido, e a detecção sensível de fase.

$$(9) \quad SNR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}} \right)$$

A princípio o *Lock-In* é sensível a sinais AC, conseqüentemente deve-se analisar um sinal AC na entrada do aparelho. Além disso, necessita-se de uma "referência" para a medição, isto é uma tensão AC periódica, com a freqüência do sinal, sendo esta colocada na entrada de referência. A maioria dos *Lock-In* possui um gerador que fornece a referência para as medições. Neste caso não há necessidade de se aplicar um sinal externo da referência.

O fato de a experiência estar sendo "modulada" por uma função do seno com f_0 sendo sua freqüência, o sinal desta tem a mesma freqüência, ou, ao menos, uma componente forte com f_0 da freqüência original. Devido a isto, a saída do *Lock-In* será uma tensão DC (como visto anteriormente):

$$(10) \quad U_1 = \frac{ab}{2} \cdot \cos \Delta_1$$

Onde a e b representam as amplitudes (rms) do sinal de referência e do sinal medido, respectivamente.

Geralmente a amplitude do sinal de referência é ajustada internamente para ter valor unitário, de modo que a tensão da saída seja igual à amplitude do sinal de entrada vezes o co-seno da diferença de fase, Δ , entre a entrada do sinal e da referência.

Para se obter uma saída de máximo valor deve-se ajustar a diferença de fase para 0° (ou 180°), o que na verdade é uma tarefa não muito conveniente ao se trabalhar com os sinais de entrada muito fracos ou ruidosos.

Um *Lock-In* geralmente tem a grande característica de reduzir ruídos e melhorar a Relação Sinal-Ruído (SNR) de sinais ruidosos até 60 dB, ou mais. Para se explorar ao máximo essa característica de redução de ruídos deve-se ajustar o ângulo da fase a fim de se obter um nível máximo da saída e adicionar ruído a seu sinal de entrada ajustando a SNR a um valor "muito ruidoso", algo perto de 0 dB, ou menos.

PARTE IV: DETECÇÃO SENSÍVEL À FASE

A detecção de fase é medida por um dispositivo denominado de PSD (*Phase-Sensitive Detector*). Ele compõe o principal mecanismo do *Lock-In*, sendo responsável pela medição da fase entre os dois sinais distintos. O detector, que também trabalha como demodulador, opera multiplicando os dois sinais.

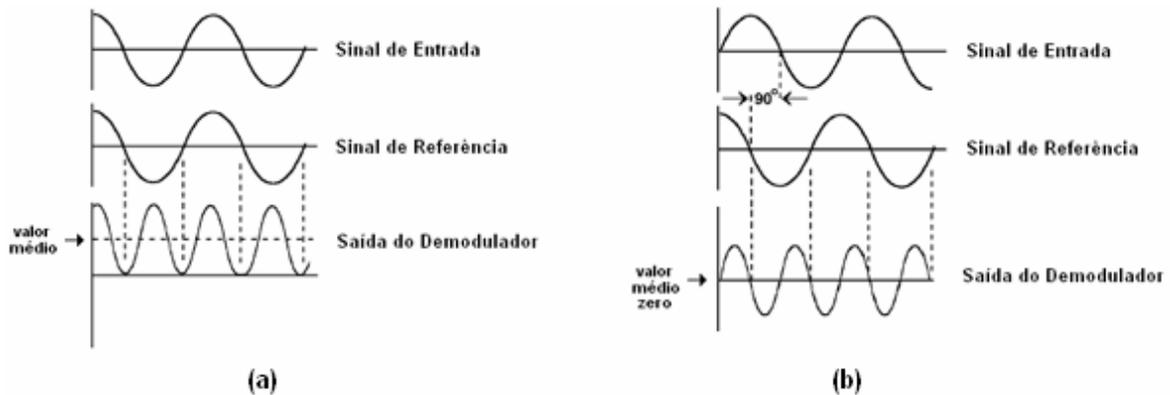


Figura 3: (a) Situação onde o amplificador *Lock-In* analisa um sinal senoidal de entrada livre de ruídos. O aparelho trabalha com um sinal de referência gerado internamente. O PSD trabalha multiplicando estes dois sinais, resultando num sinal de saída (demodulado), que caso não exista mudança de fase entre eles a saída do demodulador toma a forma de uma senóide com o dobro de frequência, porém com sua amplitude alterada para um valor médio, positivo. (b) Mesma situação anterior, porém agora com uma defasagem de 90° com relação ao sinal de referência. Repare que o sinal continua com o dobro da frequência, porém agora com seu valor médio igual a zero.

Percebemos então que o nível médio do sinal de saída é proporcional ao produto das amplitudes de frequência dos sinais de entrada e de referência, além de estarem relacionados com a diferença de fase entre os dois sinais. O nível médio é um componente DC da saída do demodulador, que pode ser facilmente isolada através de um filtro passa-baixa.

Sinais convencionais não são livres de ruídos. Estes ruídos não possuem frequência ou fase relacionadas com o sinal de referência, porém são incluídas na multiplicação dentro do PSD. Mesmo assim o resultado do valor médio não é alterado.

Componentes de ruídos com freqüências muito próximas às da referência resultam em demodulações com freqüências muito baixas, porém ao se ajustar o filtro passa-baixa para um corte suficiente, estas podem ser ignoradas. Por conseguinte a combinação do demodulador com o filtro permite que sinais sejam medidos mesmo que acompanhados de ruídos.

Para entendermos melhor como isso funciona, vamos considerar o seguinte caso: um sinal de entrada $V_{in}=A.\cos(\omega t)$ a ser detectado, onde ω representa a freqüência angular do sinal, sendo relacionada através da seguinte igualdade: $\omega = 2.\pi.f$. No amplificador *Lock-In* é gerado um sinal de referência $V_{ref}=B.\cos(\omega t+\theta)$, que segue os mesmos moldes do sinal de entrada, com mesma freqüência f : A detecção consiste em multiplicar as componentes destes dois sinais, juntos, fornecendo uma voltagem de saída no PSD:

$$\begin{aligned}
 V_{psd} &= A \cos (\omega t) . B \cos (\omega t + \theta) \\
 &= AB \cos \omega t (\cos \omega t \cos \theta - \sin \omega t \sin \theta) \\
 &= AB(\cos^2 \omega t \cos \theta - \cos \omega t \sin \omega t \sin \theta) \\
 &= AB\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\omega t\right)\cos \theta - \frac{1}{2}\sin 2\omega t \sin \theta) \\
 &= \frac{1}{2}AB\left((1+ \cos 2\omega t)\cos \theta - \sin 2\omega t \sin \theta\right) \\
 &= \frac{1}{2}AB(\cos \theta + \cos 2\omega t \cos \theta - \sin 2\omega t \sin \theta) \\
 &= \frac{1}{2}AB\cos \theta + \frac{1}{2}AB(\cos 2\omega t \cos \theta - \sin 2\omega t \sin \theta) \\
 &= \frac{1}{2}AB \cos \theta + \frac{1}{2}AB\cos(2\omega t + \theta)
 \end{aligned}$$

Se a amplitude B, do sinal de referência, é mantida constante, então temos que a saída do PSD é um sinal DC, que é proporcional a amplitude de entrada A, ao co-seno, cujo ângulo com o sinal de referência é Θ e é modulado à $2.\omega.t$, ou seja, possui componentes com o dobro da freqüência de referência.

A saída do PSD passa por um filtro passa-baixa que remove a componente $2.\omega.t$, fornecendo na saída do *Lock-In* o sinal DC como resposta.

PARTE V: UM SIMULADOR EM MATLAB

A fim de exemplificar o funcionamento de um Amplificador *Lock-In* desenvolvemos um programa em Matlab®. A Figura 4 apresenta a interface gráfica deste simulador, que foi dividida em 3 partes: i) nele pode-se controlar o sinal de referência do *Lock-In*, bem como o nível de ruído a ser empregado na medição, através da Relação Sinal-Ruído (SNR). Podemos perceber também que quanto maior o número de amostras empregadas na medição mais preciso é o resultado. Neste caso pode-se controlar o número de amostras entre 100 e 10000.

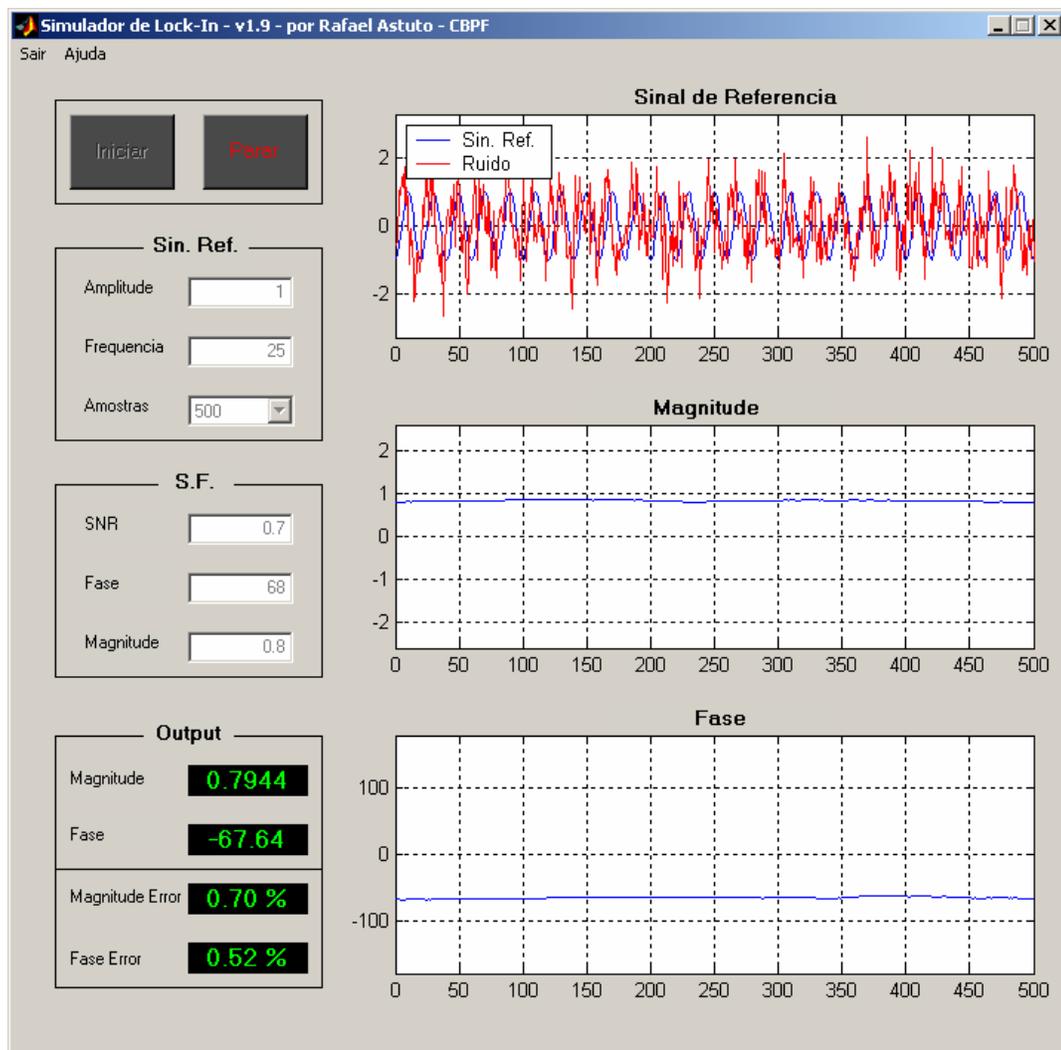


Figura 4: Simulador de *Lock-In* com 500 amostras

Abaixo segue o código resumido da parte de geração dos valores de fase e magnitude que são apresentados na saída do simulador de *Lock-In*:

```

t=1;
n = 1:N;           % tempo discreto (vetor abscissa)
SinalRefCos=zeros(1,N);
SinalRefSin=zeros(1,N);
SinalSF=zeros(1,N);
Mag=zeros(1,N);
Fase=zeros(1,N);

while (FlagString == '1')      % flag que controla o tempo do loop

    [SinalRefCos(N),SinalRefSin(N)]=GenPointSinalRef(t,A,f,N,FlagPrint);
    % SinalRefCos(N) - componente COSSENO do sinal de ref.
    % SinalRefSin(N) - componente SENO do sinal de ref.
    SinalSF(N)=MedeSinalSistemaFisico(t,A,f,N,MagSistema,FaseSistema,SNR,
        FlagPrint);
    [Mag(N),Fase(N)]=LockInMatlab(SinalRefCos,SinalRefSin,SinalSF,N,
        FlagPrint);

    MagError(N) = 100 - (Mag(N) / MagSistema) * 100;

    if FaseSistema > 0
        FaseError(N) = 100 + (Fase(N) / FaseSistema) * 100;
    elseif FaseSistema < 0
        FaseError(N) = 100 - (Fase(N) / FaseSistema) * 100;
    end

    t = t + 1;
    drawnow

end
% FIM DO CODIGO PRINCIPAL

```

```

function [Mag,Fase]=LockInMatlab(SinalRefCos, SinalRefSin, SinalMedido,
                                N, FlagPrint)

ProjX=sum(SinalRefCos .* SinalMedido);
ProjY=sum(SinalRefSin .* SinalMedido);
Mag = sqrt(ProjX^2 + ProjY^2)*2/N;           % calculo da magnitude
Fase = atan(ProjY/ProjX)*180/pi;           % calculo da fase
% FIM DA FUNCAO LockInMatlab

function [SinalSF]=MedeSinalSistemaFisico(n, A, f, N, MagSistema,
                                           FaseSistema, IntensidadeNoise, FlagPrint)

SinalRefCosAtrasado = MagSistema*cos(2*pi*f*n/N+FaseSistema*pi/180);
SinalSF = SinalRefCosAtrasado + IntensidadeNoise*randn(1,1);
% FIM DA FUNCAO MedeSinalSistemaFisico

```

REFERÊNCIAS

[1] SIGNAL RECOVERY, http://www.signalrecovery.com/_AppsNotes/tn1000.pdf,
http://www.signalrecovery.com/_AppsNotes/tn1001.pdf,

[2] THE ADVANCED LAB VIRTUAL *LOCK-IN* PROJECT, Part One,
134.34.144.11/LockIn/lip190/CorrFunc.pdf

[3] THE ADVANCED LAB VIRTUAL *LOCK-IN* PROJECT, Part Four,
134.34.144.11/lockin/lif190/Schem_I.pdf, 134.34.144.11/lockin/lif190/Schem_II.pdf

[4] THE ADVANCED LAB VIRTUAL *LOCK-IN* PROJECT, Part One,
134.34.144.11/LockIn/lip190/Intro.pdf