A FÍSICA DO LHC: Conceitos teóricos e principais resultados

3ª Aula

Carla Göbel
Depto. de Física - PUC-Rio



Tópicos de Hoje

1. Matéria-Antimatéria e Violação de CP
   - Assimetria Matéria-Antimatéria
   - Violação de Carga-Paridade
   - Violação de CP no Modelo Padrão
2. Teoria Eletrofraca e Higgs
   - Interação fraca e bósons massivos
   - Teoria Eletrofraca: $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
   - Mecanismo de Higgs
3. Física Além do Modelo Padrão
   - Modelo Padrão : êxitos e falhas
   - Além do Modelo Padrão

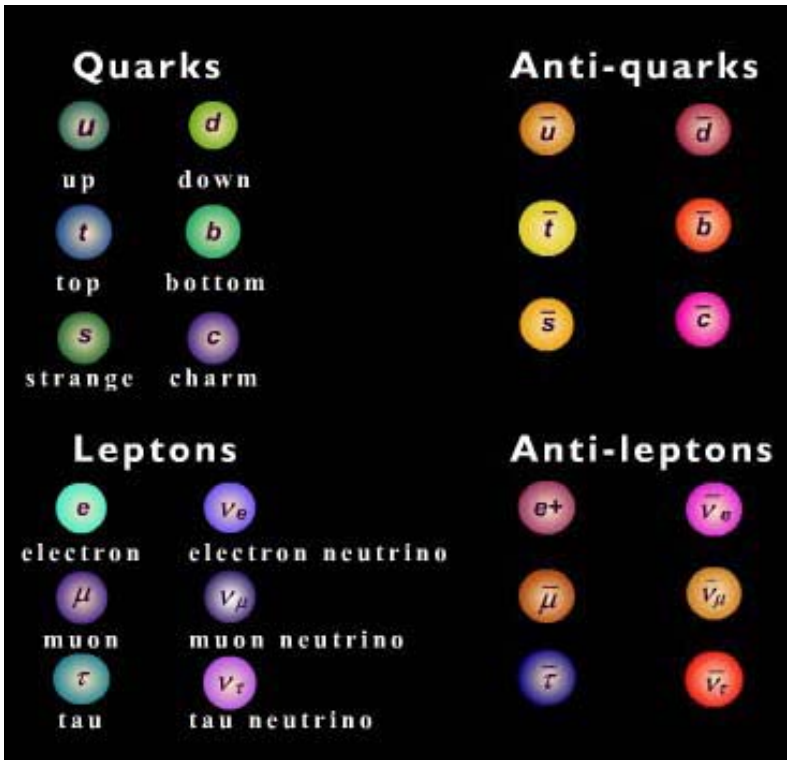
Matéria-Antimatéria e Violação de CP

Assimetria Matéria-Antimatéria

A AntiMatéria ...

Como vimos, para toda partícula de matéria, existe uma partícula de antimatéria, com números quânticos *aditivos* opostos

carga elétrica, número bariônico ou leptônico, estranheza, etc

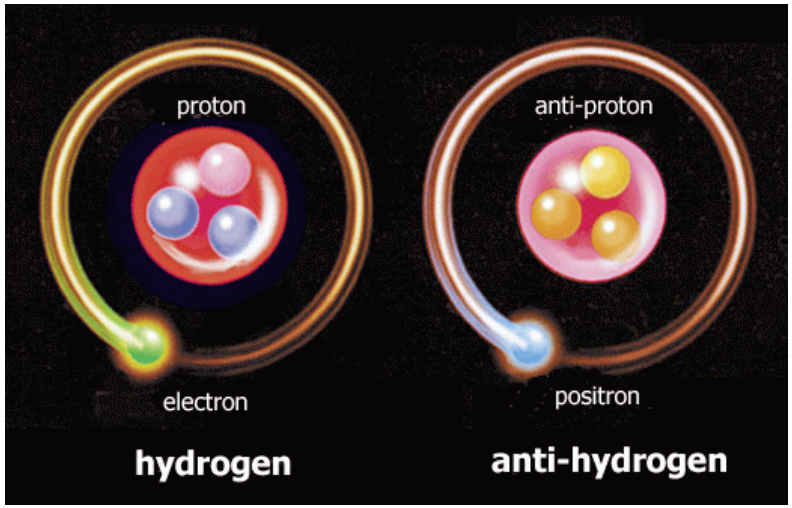


A AntiMatéria ...

Desde a descoberta do pósitron em 1932 ...

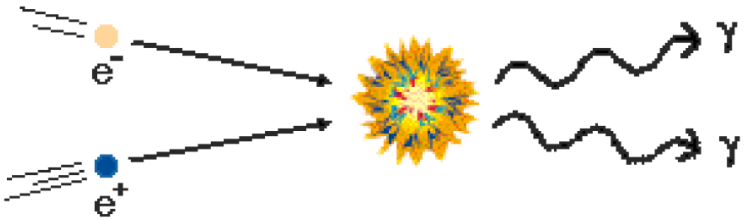
Tentando produzir antimatéria "que nem a nossa ordinária"

- ★ 1955 descoberta do anti-próton (Nobel para Segre e Chamberlain em 1959)
- ★ 1956 descoberta do anti-nêutron
- ★ 1965 observação do anti-dêuteron (núcleo de anti-próton e anti-nêutron)
- ★ 1995 produção do primeiro anti-hidrogênio (estado ligado do anit-próton e pósitron)



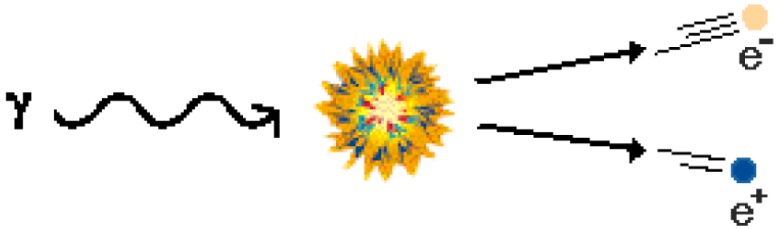
Produção e aniquilação

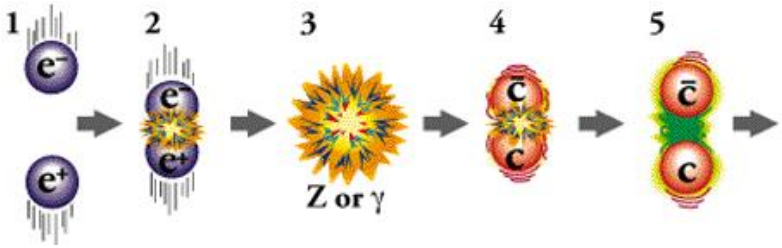
Processos comuns: a conversão de massa em energia em ação !



aniquilação em fótons

produção de pares





aniquilação e produção de pares

Onde está a antimatéria?

- observamos anti-matéria sendo produzida na colisão de partículas de raios cósmicos com a atmosfera
- podemos produzir partículas de anti-matéria nas colisões em aceleradores a altas energias

... mas em ambos casos logo "desaparece" : encontra seu par de matéria e se aniquilam

onde está a anti-matéria?

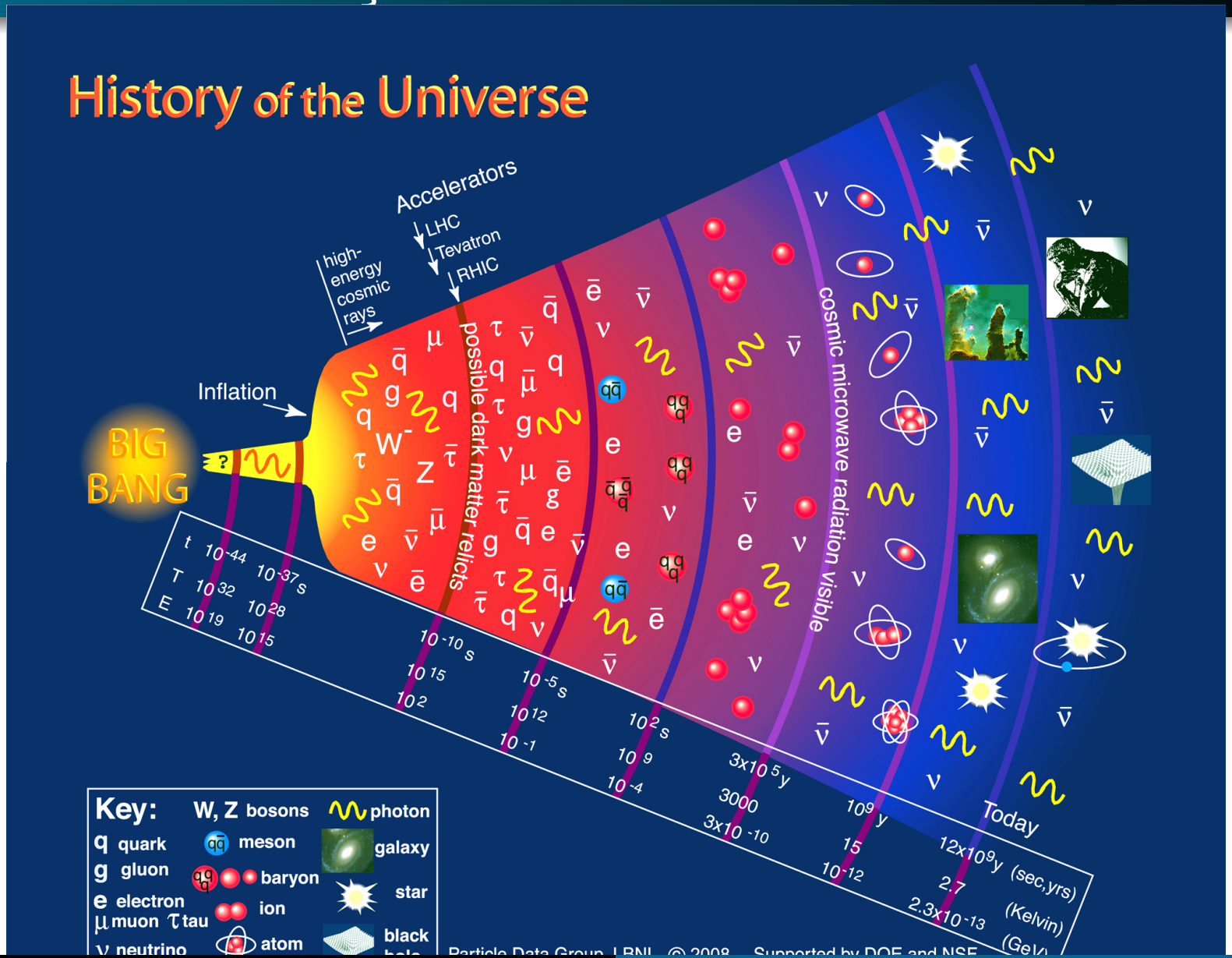
- balões a altíssimas altitudes para detecção de anti-partículas primárias nos raios cósmicos
- radio-telescópios, satélites com detecção de raios γ e raios X

$\Rightarrow$ sem evidência para anti-matéria em $\sim$1 bilhão de anos-luz

$\Rightarrow$ princípio cosmológico: não estamos em lugar privilegiado

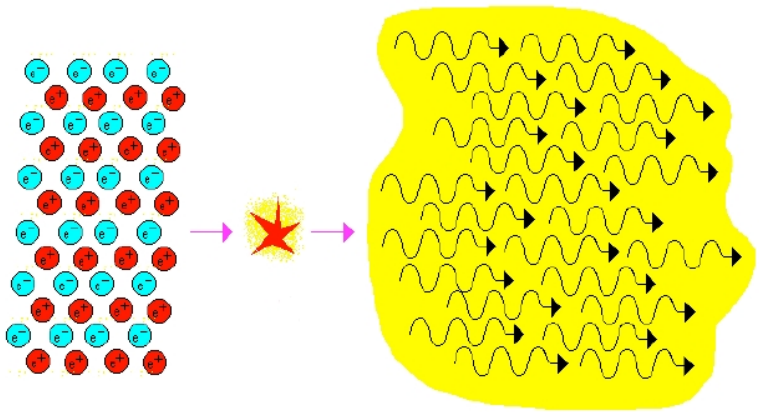
conclusão: não há anti-matéria no nosso universo

Como tudo começou ...



Como tudo começou ...

- matéria e antimatéria criadas em igual quantidade no Big Bang
- a T alta: produção $\leftrightarrow$ aniquilação de pares
- universo expande ... esfria ....
  - ⋆ produção para
  - ⋆ apenas aniquilação continua
  - ⋆ muitos fótons (radiação) produzidos

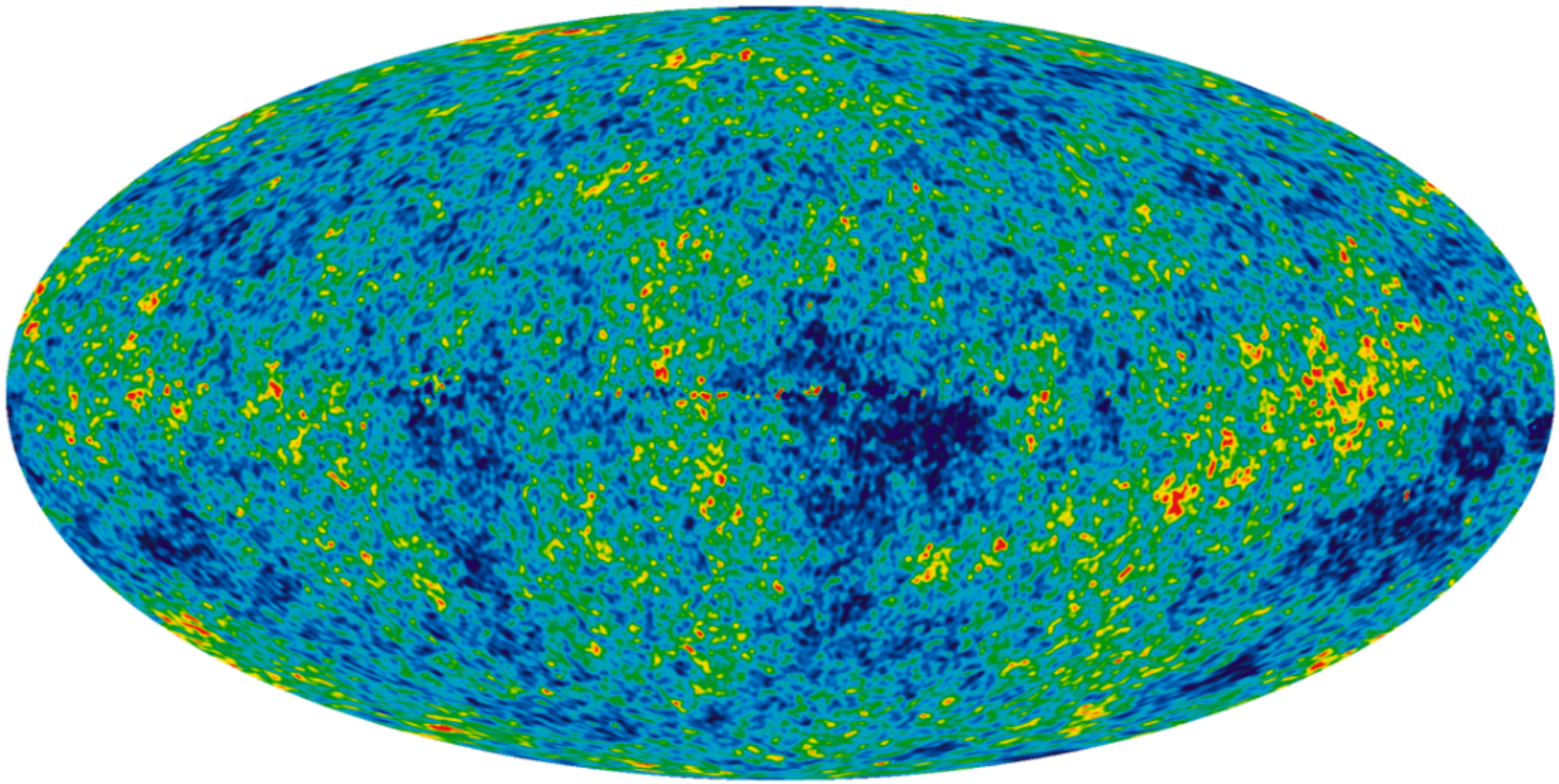


- fótons produzidos nesta época ainda ficam "presos" no plasma de partículas carregadas
- toda matéria com antimatéria finalmente se aniquilam

toda?

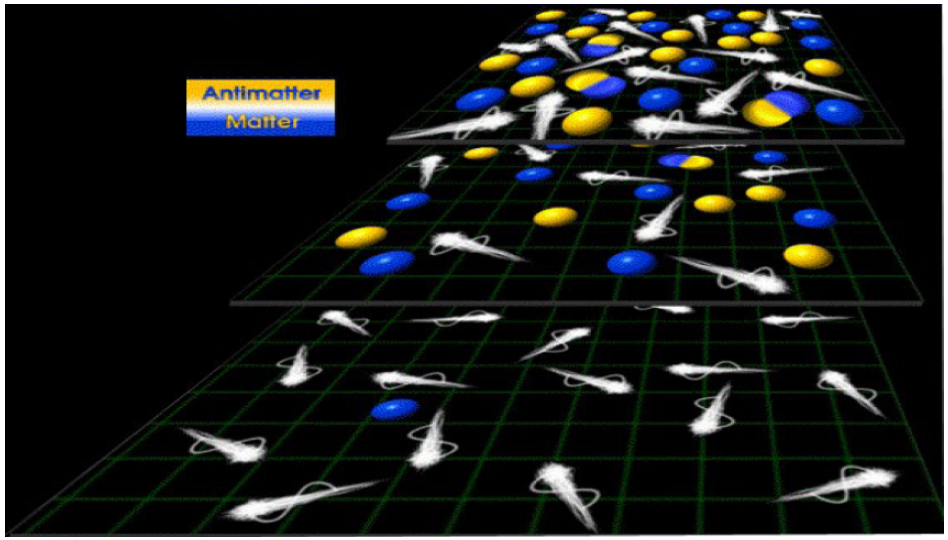
(não, que sorte, por isto estamos aqui!)

Radiação Cósmica de Microondas



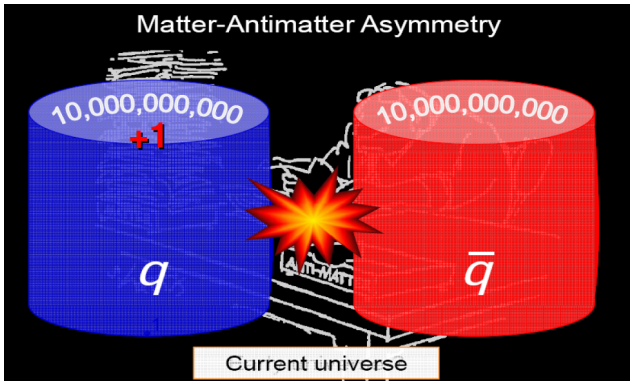
- temperatura da radiação 2.725 K com menos de 0.01% de variação !
- evidência de época em que o universo era "pequeno" e todos os fótons estavam em equilíbrio térmico

A assimetria matéria-antimatéria



★ a matéria do universo seria o remanescente de um mínimo desbalanço de partículas sobre anti-partículas nos primeiros instantes após o Big Bang

$$\frac{n_{\text{barions}} - n_{\text{antibarions}}}{n_{\text{fotons}}} \sim 10^{-9}, 10^{-10}$$



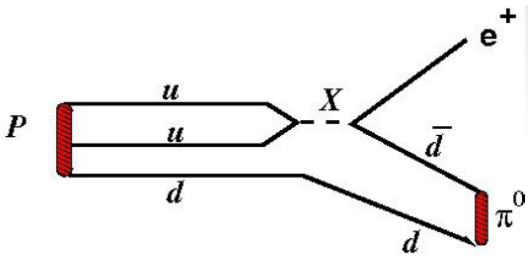
A assimetria matéria-antimatéria

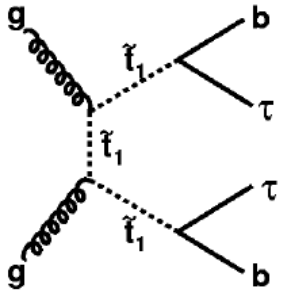
♣ Condições de Sakharov (67) para a geração da assimetria

1. violação de número bariônico

quando o número de quarks + antiquarks no estado final é diferente do inicial

permitiria o decaimento do próton





2. violação de C e CP
3. estado fora de equilíbrio térmico

Violação de Carga-Paridade

Relembrado: Paridade e Carga

P : operação que inverte as coordenadas espaciais

$(x, y, z) \xrightarrow{P} (-x, -y, -z) \Rightarrow$ reflexão em relação à origem

- transforma um sistema de coordenadas mão–direita em mão–esquerda

C : transforma partícula em sua antipartícula, deixando todas as outras variáveis dinâmicas intactas

- troca o sinal dos chamados "números quânticos aditivos" :

  carga: $+ \rightarrow -$

  sabor: $s \rightarrow \bar{s}$; $u \rightarrow \bar{u}$; etc

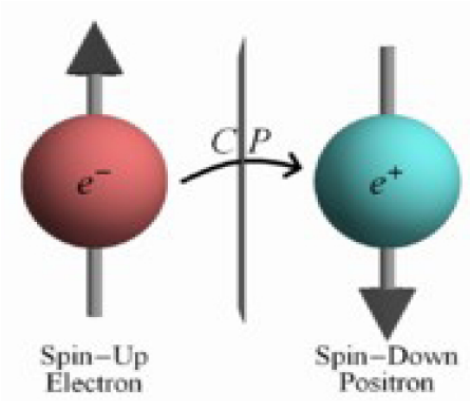
$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle \qquad C|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle$$
$$C|n\rangle = |\bar{n}\rangle \qquad C|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$$

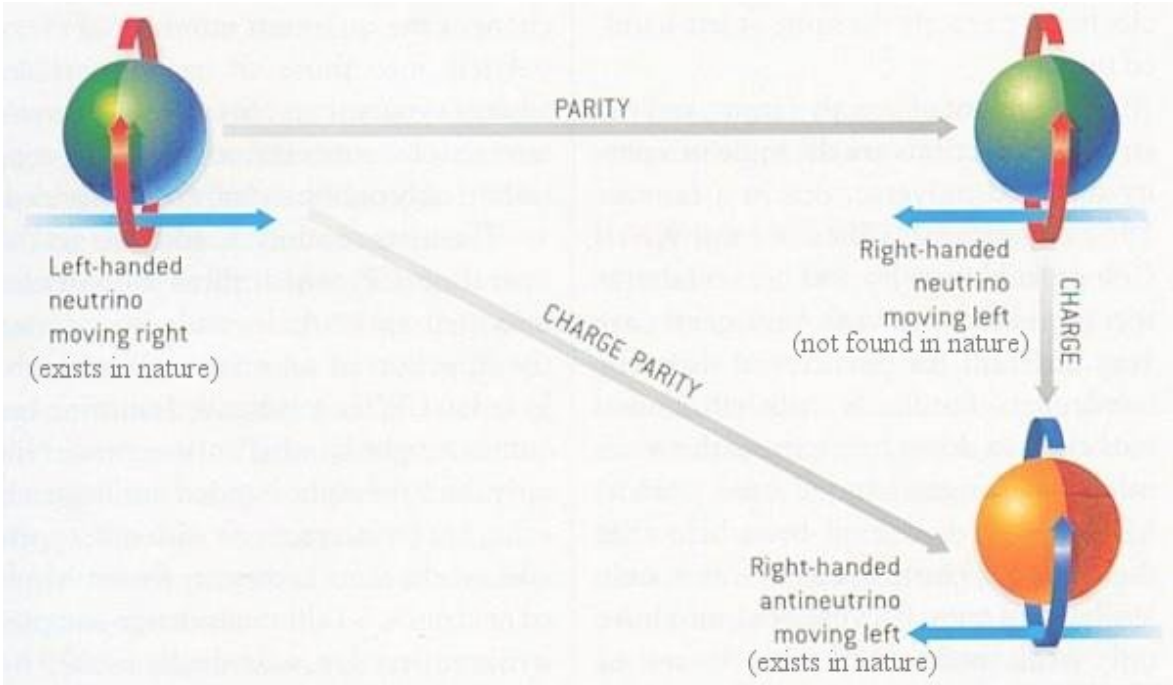
A Conjugação "Carga-Paridade" (CP)

Na década de 50, verificou-se experimentalmente que paridade era uma simetria violada pelas interações fracas

- sistema de káons neutros
- observação de (apenas) neutrinos mão-esquerda e anti-neutrinos mão-direita

Porém, esperava-se que CP fosse ainda uma boa simetria:





Violação de CP para káons neutros

♣ K^0 e $\overline{K^0}$ são produzidos via interação forte

$$\pi^- p \to K^0 \Lambda^0$$
$$\pi^- p \to \overline{K}^0 K^0 p$$

mas são instáveis e decai por interações fracas

♣ Dois estados diferentes são observados

- $K_L^0 \Rightarrow \tau(K_L^0) = 0.5 \times 10^{-7} s$
- $K_S^0 \Rightarrow \tau(K_S^0) = 0.9 \times 10^{-10} s$

que decaem como: $K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ e $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$

♣ Estes dois estados têm paridade oposta:
$P(\pi^+\pi^-\pi^0) = -1$ e $P(\pi^+\pi^-) = +1$

que, de fato, é devido à violação de P em decaimentos fracos

Violação de CP para káons neutros

- K^0 e $\overline{K}^0$ não são autoestados de CP

$$CP|K^0\rangle = -C|K^0\rangle = -|\overline{K}^0\rangle$$
$$CP|\overline{K}^0\rangle = -C|\overline{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

Mas

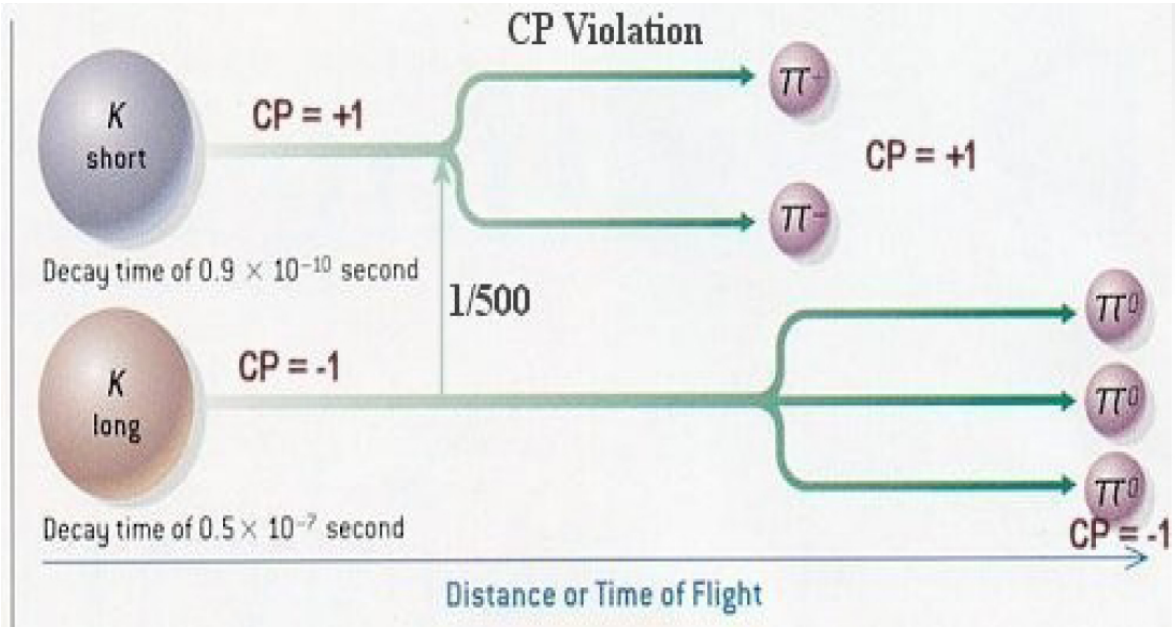
$$|K_1^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - |\overline{K}^0\rangle\right) \quad \Rightarrow \quad CP|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle$$
$$|K_1^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + |\overline{K}^0\rangle\right) \quad \Rightarrow \quad CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle$$

- Então foi natural associar

$$K_1^0 \leftrightarrow K_S^0 \qquad K_S^0 \to \pi\pi \qquad CP = +1$$
$$K_2^0 \leftrightarrow K_L^0 \qquad K_L^0 \to \pi\pi\pi \qquad CP = -1$$

Violação de CP para káons neutros

Mas ... 1964: Kronin & Fitch



♣ K_L^0 e K_S^0 são are *quase* autoestados de CP:

$$K_S^0 = \frac{|K_1^0\rangle + \epsilon |K_2^0\rangle}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}$$

$$K_L^0 = \frac{|K_2^0\rangle + \epsilon |K_1^0\rangle}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}$$

com $|\epsilon| \sim 3 \times 10^{-3}$

CP é violada nas interações fracas

Matéria e Antimatéria NÃO se comportam exatamente da mesma forma!!!

Violação de CP para káons neutros

♣ Além disso:

$$\mathrm{BR}(K_L^0 \to \pi^+ e^- \bar{\nu}_e) \propto |\langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle|^2 \propto |1-\epsilon|^2$$
$$\mathrm{BR}(K_L^0 \to \pi^- e^+ \nu_e) \propto |\langle K^0 | K_L^0 \rangle|^2 \propto |1+\epsilon|^2$$

o que significa que $K_L^0 \to \pi^- e^+ \nu_e$ é 0.7% mais provável que $K_L^0 \to \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$

$\Rightarrow$ podemos sem ambiguidade dizer que o *elétron* (matéria) é aquele que é produzido menos frequentemente em decaimentos de K_L

uma distinção absoluta entre matéria e antimatéria

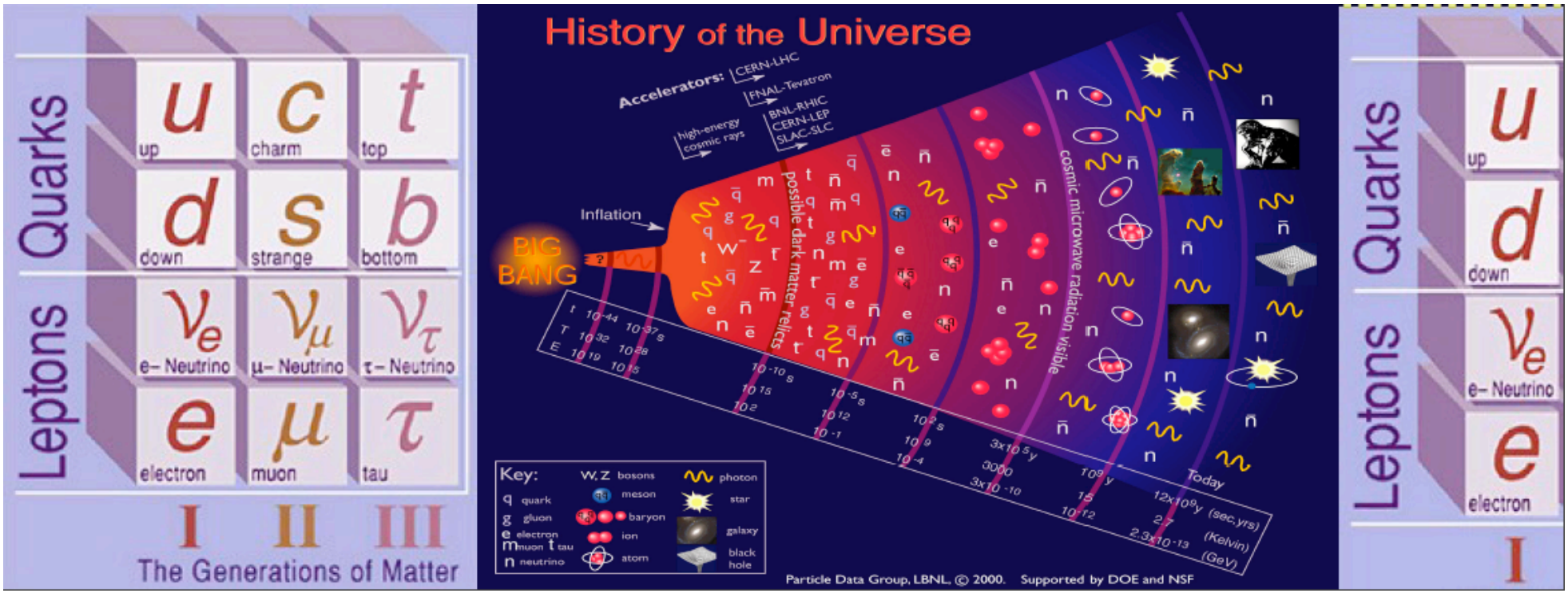
Violação de CP no Modelo Padrão

Temos explicação para a Violação de CP?

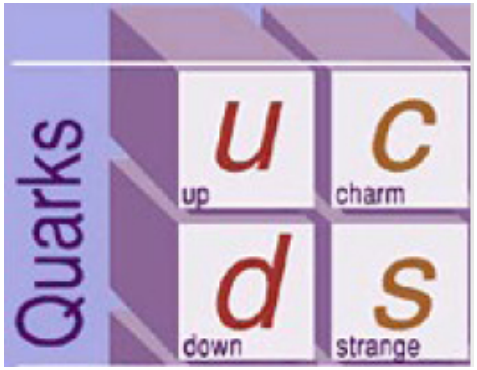
Vejamos ...

início $\longrightarrow$ expansão /resfriamento $\longrightarrow$ hoje

decaimentos



Temos explicação para a Violação de CP?

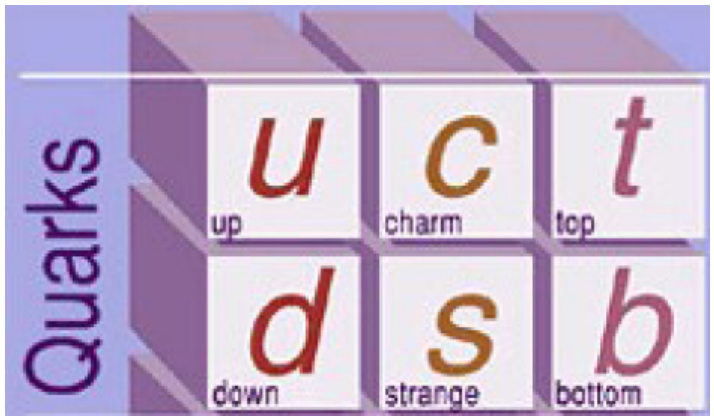


- Como vimos, até o início dos anos 70, acreditava-se que havia apenas 2 famílias de quarks

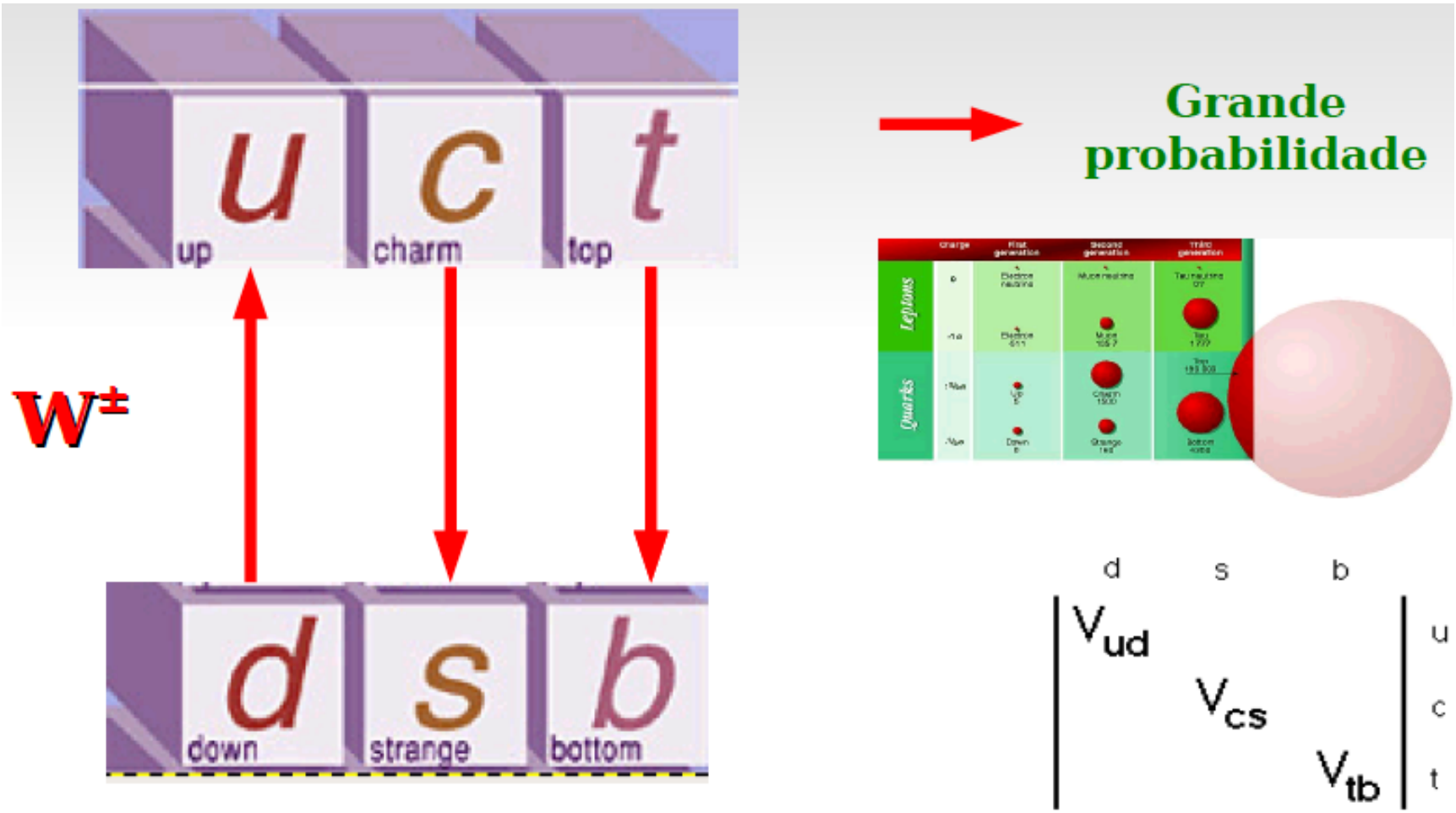
Interações fracas:

- transições entre as famílias descrita pela Matriz de Cabibbo 2×2
- não permite $\not{CP}$

- em 1973, Kobayashi & Maskawa sugerem matriz 3×3
- matriz 3×3 permite uma fase complexa $\Rightarrow$ permite $\not{CP}$
- dois novos quarks: t e b



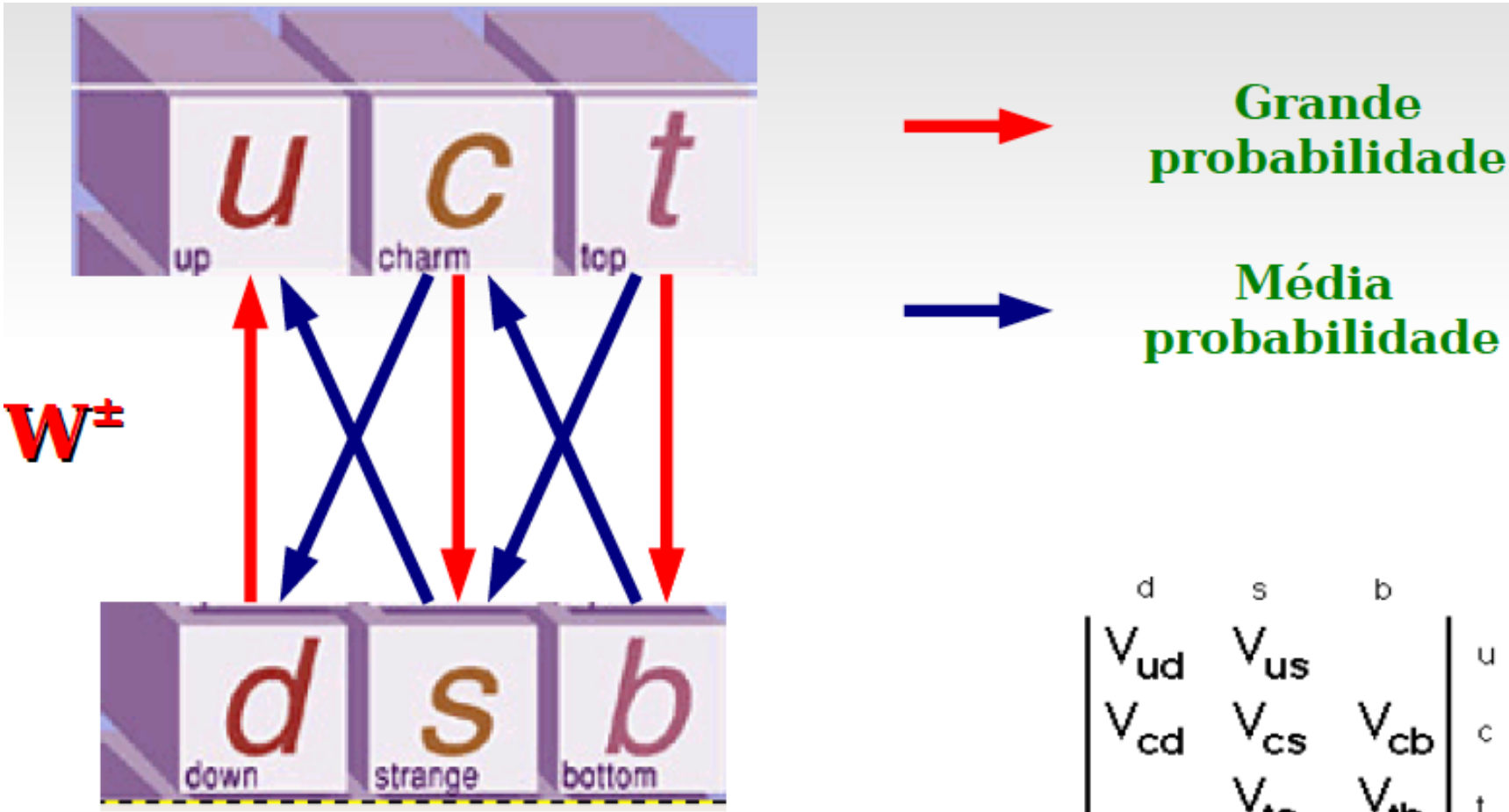
Violação de CP & Matriz de CKM



$$\begin{vmatrix} V_{ud} & & \\ & V_{cs} & \\ & & V_{tb} \end{vmatrix} \begin{matrix} u \\ c \\ t \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} d & s & b \end{matrix}$$

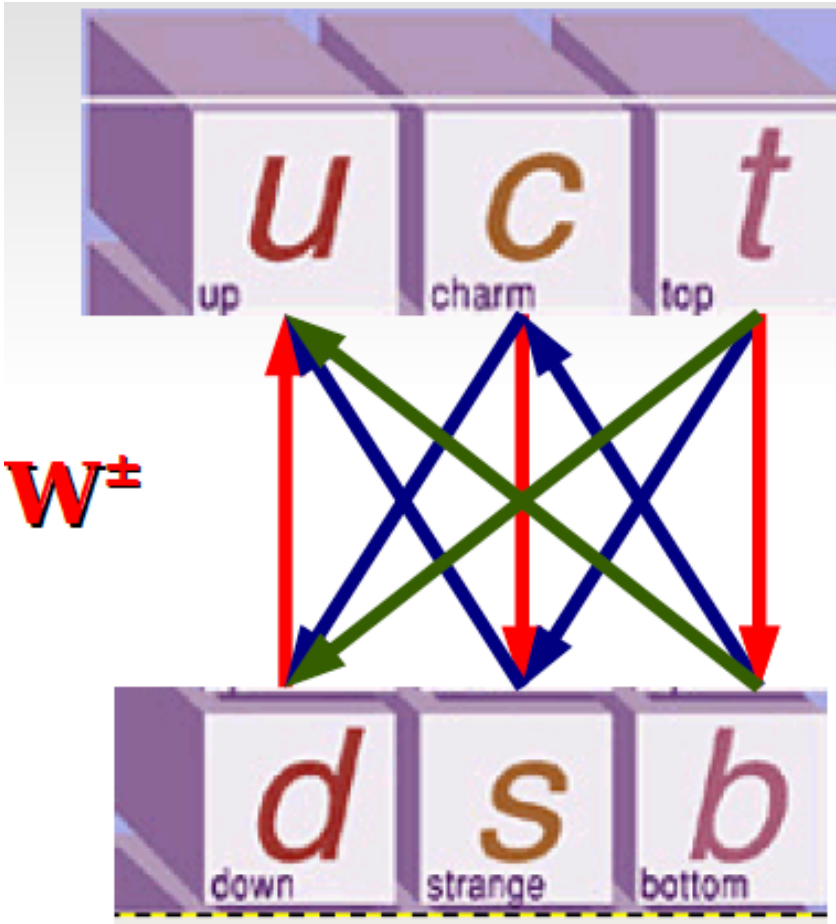
Violação de CP & Matriz de CKM



$$\begin{vmatrix} V_{ud} & V_{us} & \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ & V_{ts} & V_{tb} \end{vmatrix}$$

(d, s, b; u, c, t)

Violação de CP & Matriz de CKM



Grande probabilidade

Média probabilidade

Pequena probabilidade

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & s & b \end{array} \\ \left|\begin{array}{ccc} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{array}\right| \end{array} \begin{array}{c} u \\ c \\ t \end{array}$$

Violação de CP & Matriz de CKM

C$\not$P no setor hadrônico vem da natureza complexa da Matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

- uma parametrização conveniente

$$V = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2-\lambda^4/8 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2-\lambda^4/8(1+4A^2) & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2+A\lambda^4/2(1-2(\rho+i\eta)) & 1+A^2\lambda^4/2 \end{pmatrix}$$

- C$\not$P aparece em transições dos quarks do setor d

  $\Rightarrow$ mésons K $(s\bar{q})$ e B $(b\bar{q})$

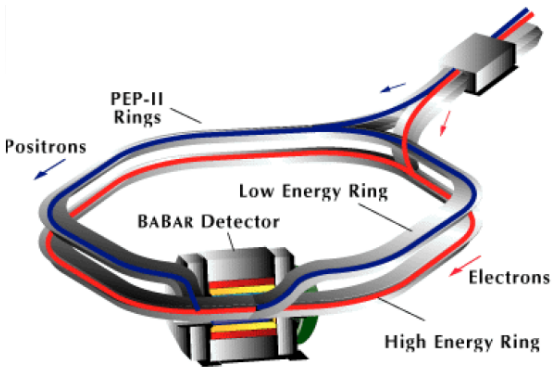
- Modelo Padrão prediz C$\not$P nula ou muito pequena para mésons charmosos $(c\bar{q})$

$\Rightarrow$ decaimentos de mésons B são os melhores para estudar Violação de CP

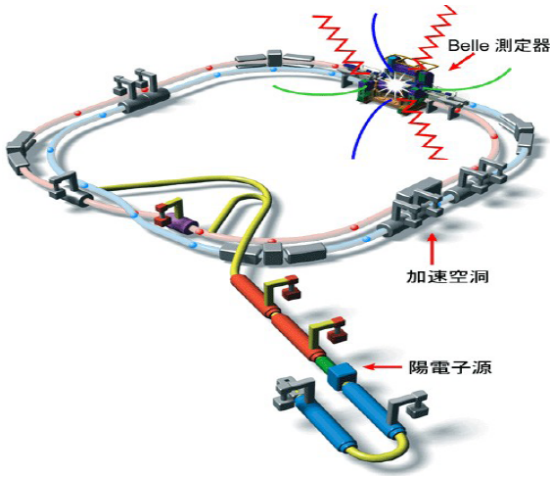
Violação de CP & Matriz de CKM

2001 : $\not{CP}$ observada no setor b

Babar - Slac (USA)



Belle - KEK (Japão)



2008 :

Nobel para Kobayashi & Maskawa



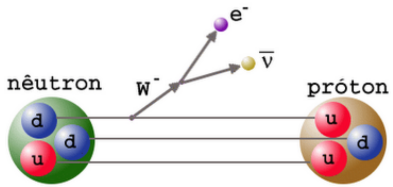
Teoria Eletrofraca e Higgs

Interação fraca e bósons massivos

Interações Fracas

Após enorme êxito da QED $\Rightarrow$ tentativas de escrever a teoria fraca como uma teoria de Gauge

- W^+ e W^-: bósons de Gauge, de spin 1, responsáveis pela interação fraca carregada



  - como vimos, devem ser massivos para explicar o curto alcance
  - possível teoria de Gauge: tripleto de mediadores W^+, W^-, W^0
    $\Rightarrow$ predição de correntes fracas neutras 68 e observação em 1974!!

Dois Problemas

$\star$ bósons mediadores **massivos** ?

termo de massa na lagrangeana quebra invariância de gauge

$\star$ a corrente neutra devido a Z^0 não é puramente (V-A) $\Rightarrow$ O tripleto não fecha!

Teoria Eletrofraca: $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Teoria Eletrofraca

Solução (1968): Glashow, Weinberg, Salam (Nobel de 1979)

- no *"início"* $\Rightarrow$ duas forças - grupos de simetria $SU(2)_L$ [tripleto $W^+_\mu, W^-_\mu, W^3_\mu$] e $U(1)_Y$ [singleto B_μ]
- um campo escalar (campo de Higgs)
- universo expande e esfria:
  quebra espontânea da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
  $\Rightarrow$ acoplamento do campo eletrofraco com o campo de Higgs cria mecanismo de geração de massa
- os dois campos neutros W^3_μ e B^μ se misturam em estados ortonormais

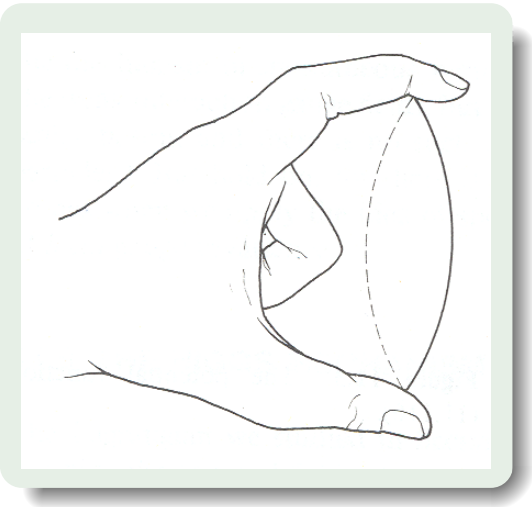
$$A_\mu = B_\mu \cos\theta_W + W^3_\mu \sin\theta_W \quad \rightarrow \text{não massivo: o fóton } \gamma$$
$$Z_\mu = -B_\mu \sin\theta_W + W^3_\mu \cos\theta_W \quad \rightarrow \text{massivo: o bóson } Z^0$$

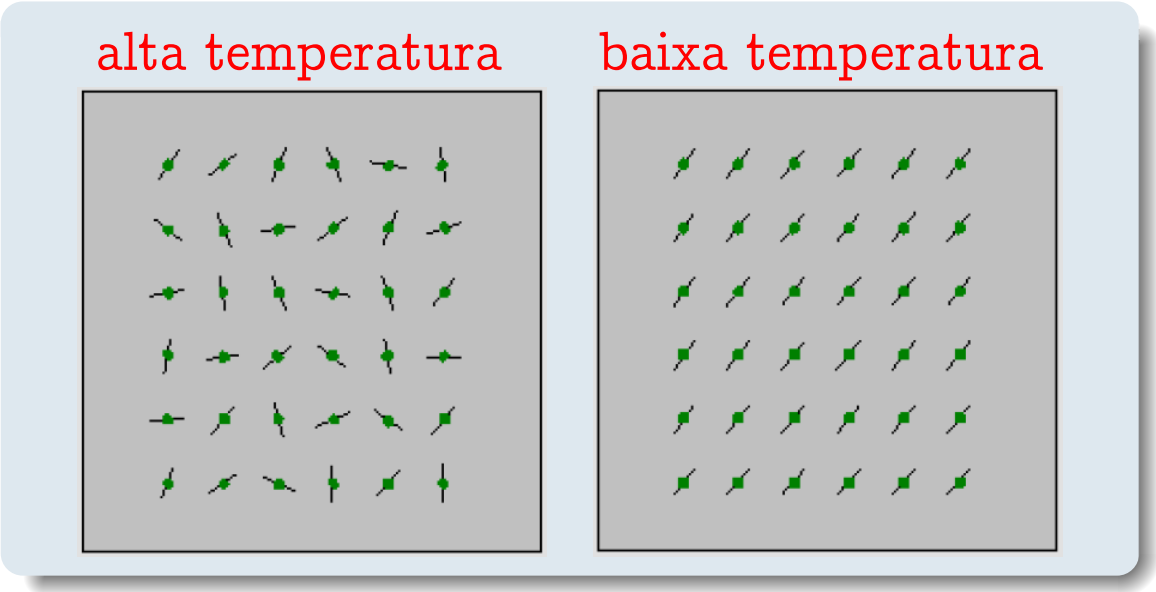
- $W^\pm$ também adquirem massa

O que é Quebra Espontânea de Simetria

A *quebra espontânea de simetria* acontece quando um sistema, que respeita alguma simetria (é descrito por um *grupo de simetria*), vai para um *estado fundamental* que não é simétrico.

Variados exemplos na natureza





Uma vez vivendo num mundo de simetria quebrada, é dificil "perceber" sua simetria - ela está *escondida*

Teoria Eletrofraca

- Ao "misturar" os dois campos vetorias neutros, as constantes de acoplamento fraca e EM ficam relacionadas
$$g \sin\theta_W = g' \cos\theta_W = e$$
- e e θ_W determinados experimentalmente:
$\sin^2\theta_W = 0.23119(14)$
- massas de W e Z relacionadas por $M_W = M_Z \cos\theta_W$
- ao medir θ_W e M_W pode-se predizer M_Z
- encontra-se:
  - $M_W = 80.398(25)\text{GeV} \Rightarrow M_Z = 80.398 \div 0.8768 = 91.69\text{GeV}$
  - $M_Z = 91.1876(21)\text{GeV}$ (medida)

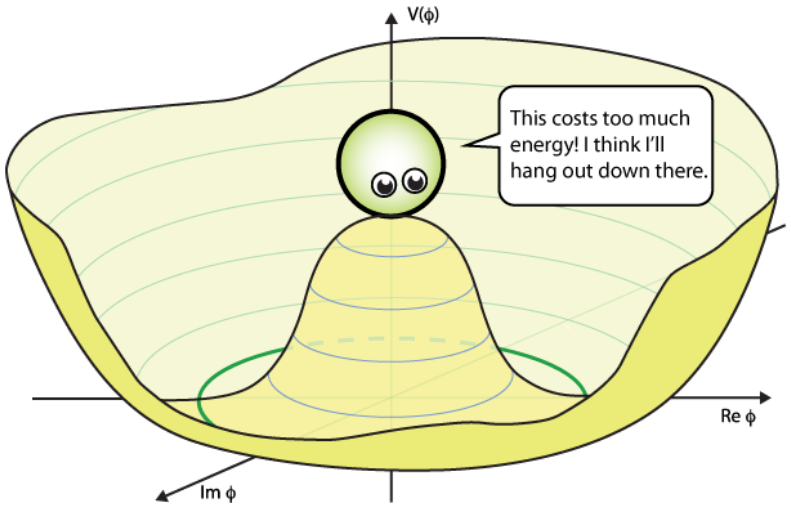
tudo isto acontece pelo acoplamento do campo de Higgs ao campo eletrofraco...

Mecanismo de Higgs

O Mecanismo de Higgs, em poucas palavras...

- dada a simetria do potencial do campo de Higgs há *infinitas possibilidades* para o estado de menor energia
- aonde o Higgs "cai" determina a física que se forma a partir de então

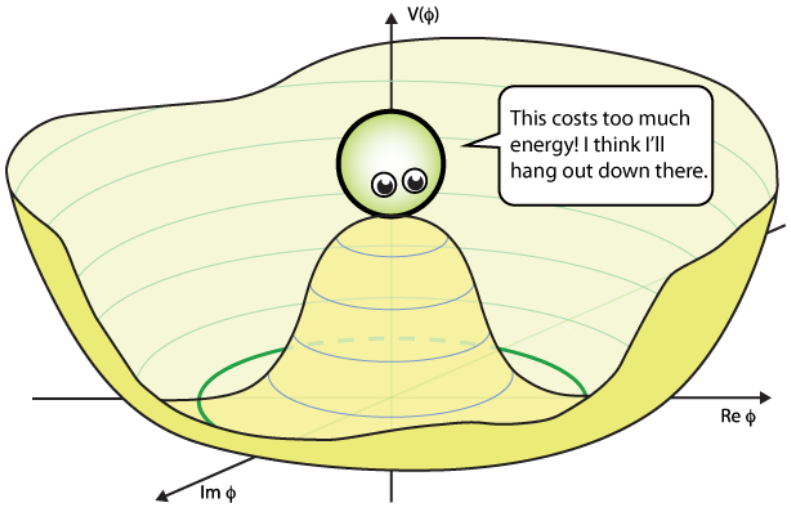
  em particular a escolha foi tal que o fóton permanecesse não massivo
- o Higgs tem massa, mas tem números quânticos do vácuo
- o "vácuo" é na realidade populado por partículas de Higgs virtuais
- os férmions (quarks e léptons) também ganham massa pela interação com o campo de Higgs



O Mecanismo de Higgs, em poucas palavras...

- dada a simetria do potencial do campo de Higgs há *infinitas possibilidades* para o estado de menor energia
- aonde o Higgs "cai" determina a física que se forma a partir de então

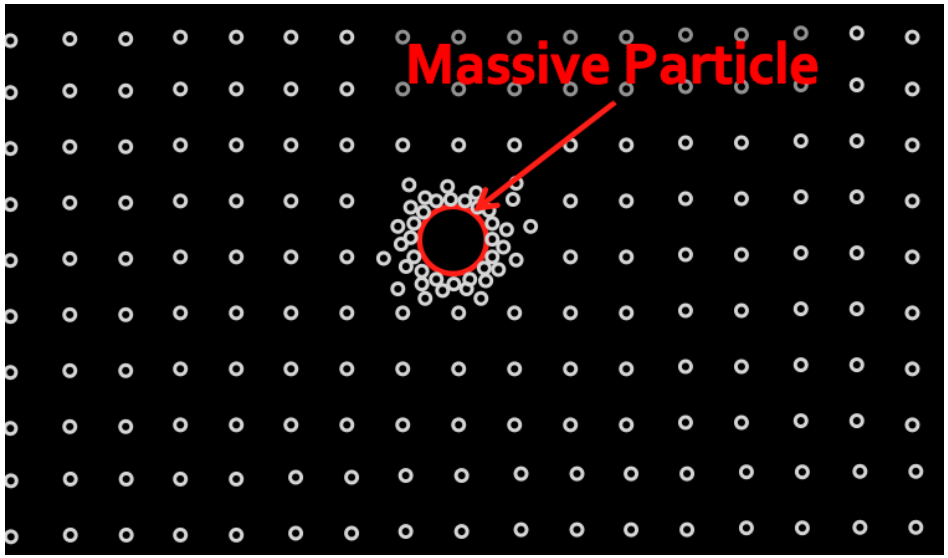
  em particular a escolha foi tal que o fóton permanecesse não massivo
- o Higgs tem massa, mas tem números quânticos do vácuo
- o "vácuo" é na realidade populado por partículas de Higgs virtuais
- os férmions (quarks e léptons) também ganham massa pela interação com o campo de Higgs



Mas por que o Higgs é fundamental?

O Modelo Padrão é uma bela teoria, que explica todas as observações até agora, tem grande poder preditivo ....
sempre e quando exista o HIGGS !!!

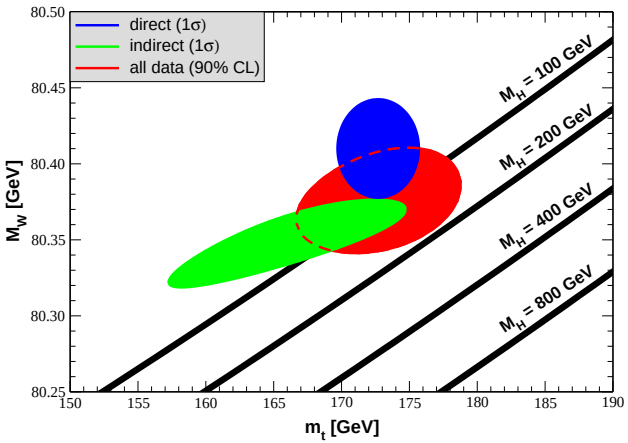
Geração de Massa via Interação com o campo de Higgs

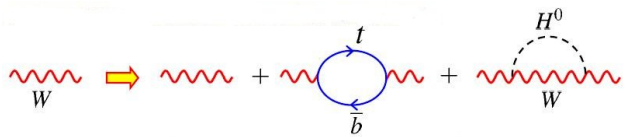


- quando uma partícula viaja no vácuo, interage com o campo de Higgs: $\Rightarrow$ partícculas, antes não massivas, aparecem massivas
- quanto maior o acoplamento com o campo de Higgs, maior a massa gerada para a partícula
- ... portanto quanto maior a massa, maior o acoplamento com o Higgs W, Z, t
- com suficiente energia, deve ser possível criar o Higgs e assim confirmar a Teoria Eletrofraca

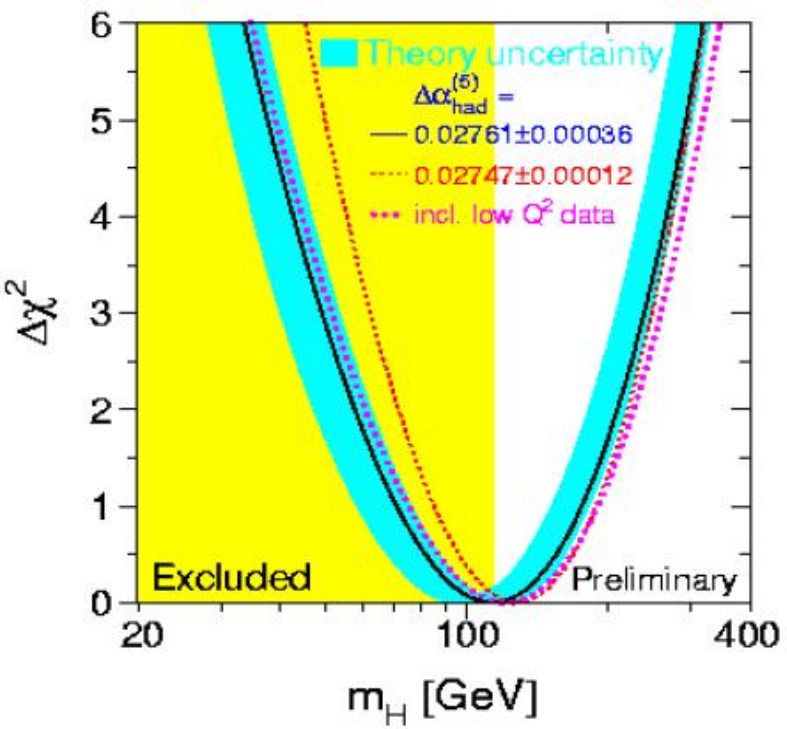
O Higgs - Status pré LHC

- A massa do Higgs não é predita pelo Modelo Padrão
- Está restrita a $M_H < 1\mathrm{T}eV$ para respeitar unitariedade em espalhamento W^+W^-
- análise combinada dava $M_H < 200\mathrm{G}eV$ (95% CL)
  - buscas diretas $M_H > 114$ GeV (95% CL)
  - limites devido às massas do W e do top

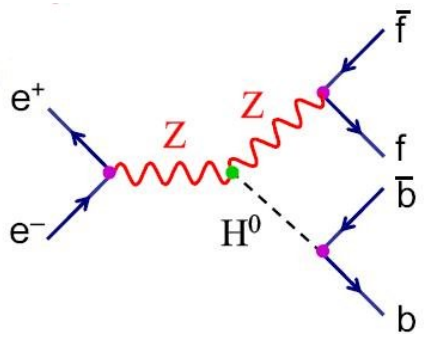


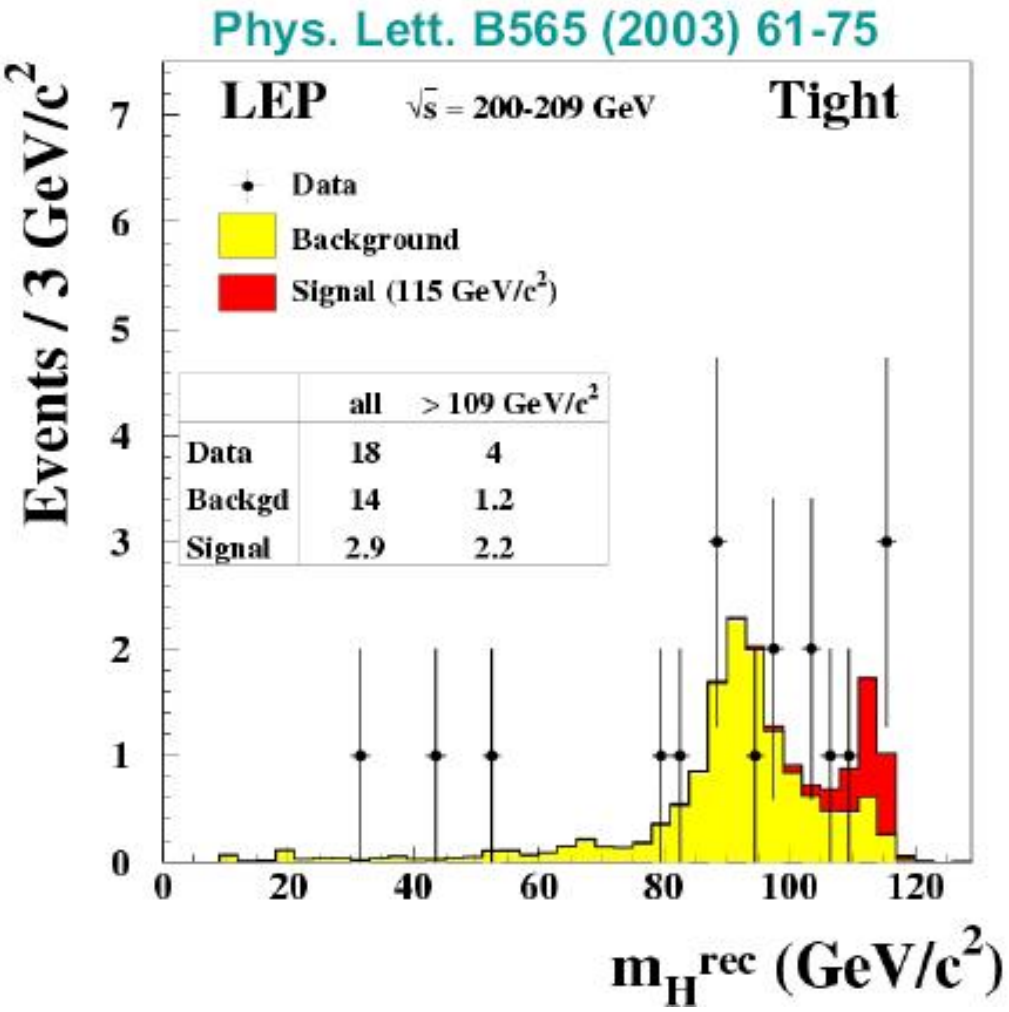


$$m_W = m_W^0 + am_t^2 + b\ln\left(\frac{m_H}{m_W}\right)$$



LEP observou o Higgs?



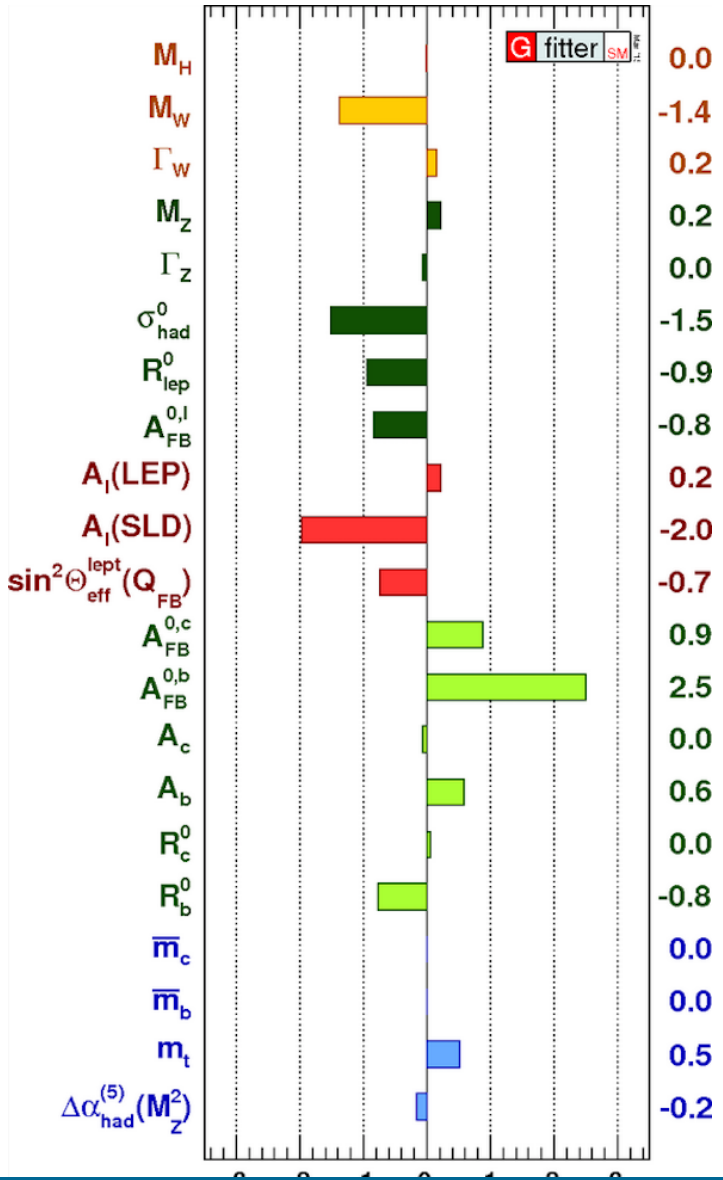


Física Além do Modelo Padrão

Modelo Padrão : êxitos e falhas

Testes de Precisão do Modelo Padrão

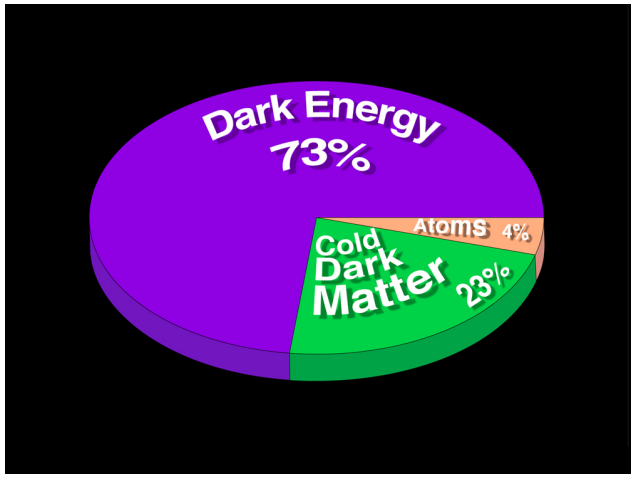
- O Modelo Padrão (MP) descreve com grande precisão as interações fortes e eletrofracas
- ENORME ÊXITO !!
- Porém: requer a existência de um Higgs leve $\lesssim 200\mathrm{GeV}/c^2$
- as massas de todos os férmions devem ser geradas pelo Higgs, mas sem predição do Modelo Padrão
- há $\sim$ 20 parâmetros no MP
- apesar de todos os êxitos, atualmente não se acredita que o MP seja um modelo completo



Algumas questões nâão respondidas pelo MP ...

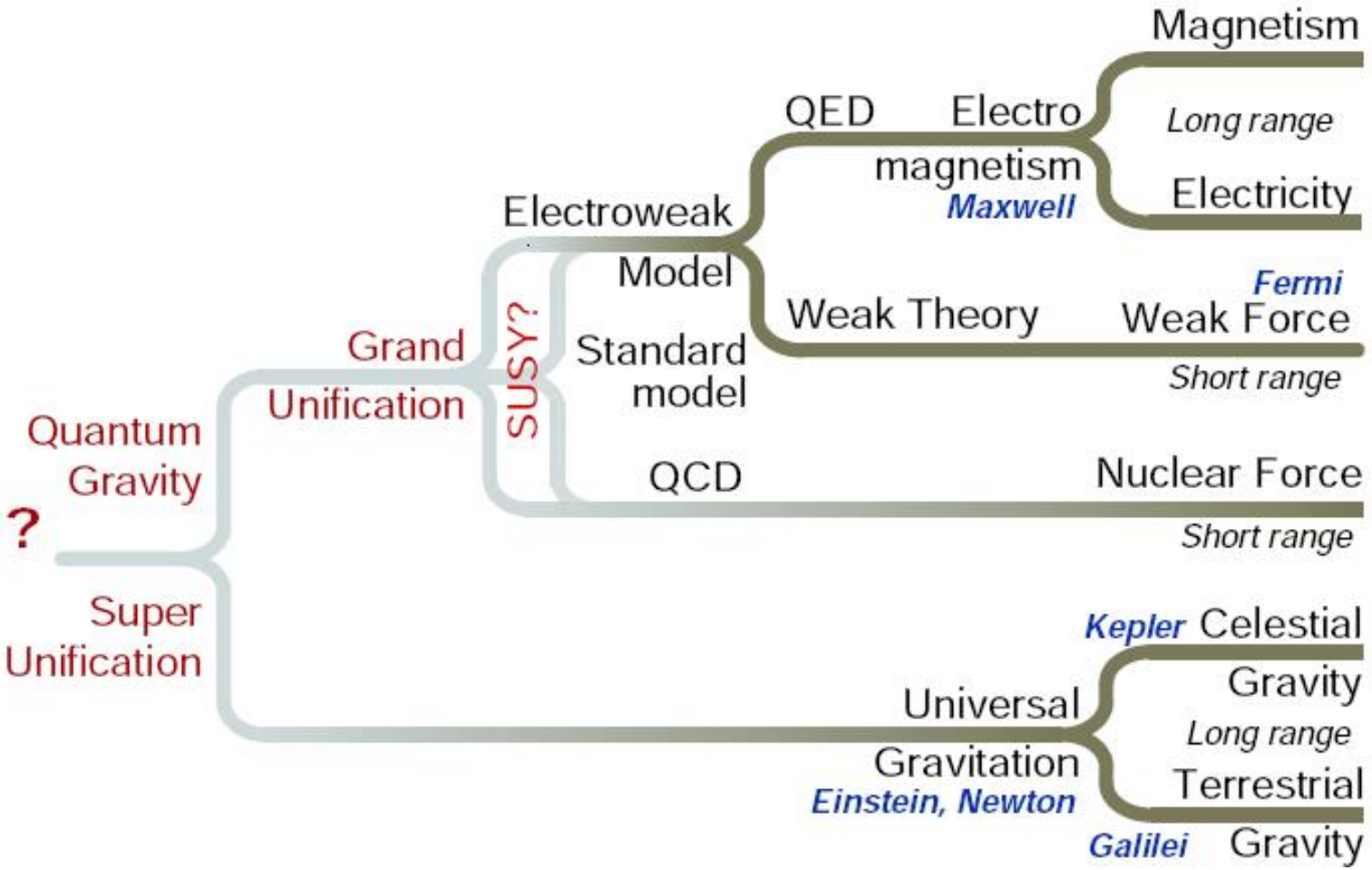
- Por que existem 3 famílias de quarks e léptons?
- Por que as cargas do elétron e próton têm mesmo valor?
  ou ainda: porque carga elétrica é quantizada?
- Por que 4 forças? Serâão elas manifestações de uma única força unificada?
- E a gravidade? Gravitação Quântica? Existem dimensões extra?
- Por que existe mais matéria do que antimaéria?
- Por que os neutrinos têm massa tão pequenas?
- Conhecemos apenas 4% da densidade de matéria/energia do Universo

23% é devido à Matéria Escura
73% é devido à Energia Escura
o que são?



Além do Modelo Padrão

Além do Modelo Padrão



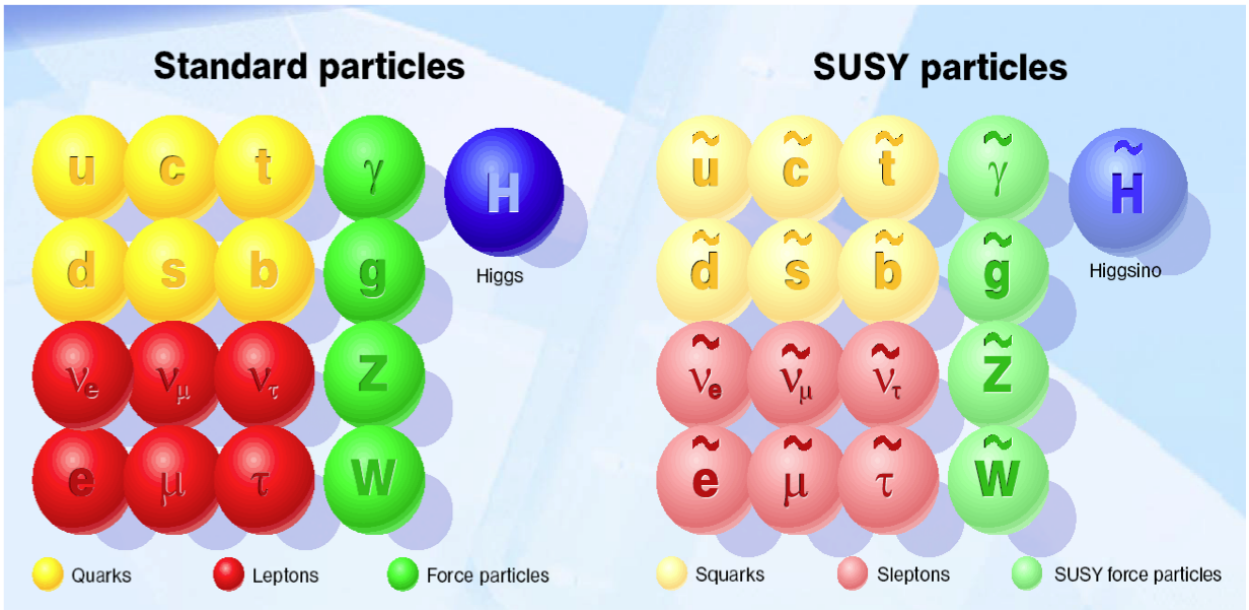
Supersimetria

- Supersimetria – SUSY – é uma das extensões ao MP mais bem aceitas
- Ela relaciona os graus de liberdade de bósons e férmions:

$$Q|F\rangle = |B\rangle \quad Q|B\rangle = |F\rangle$$

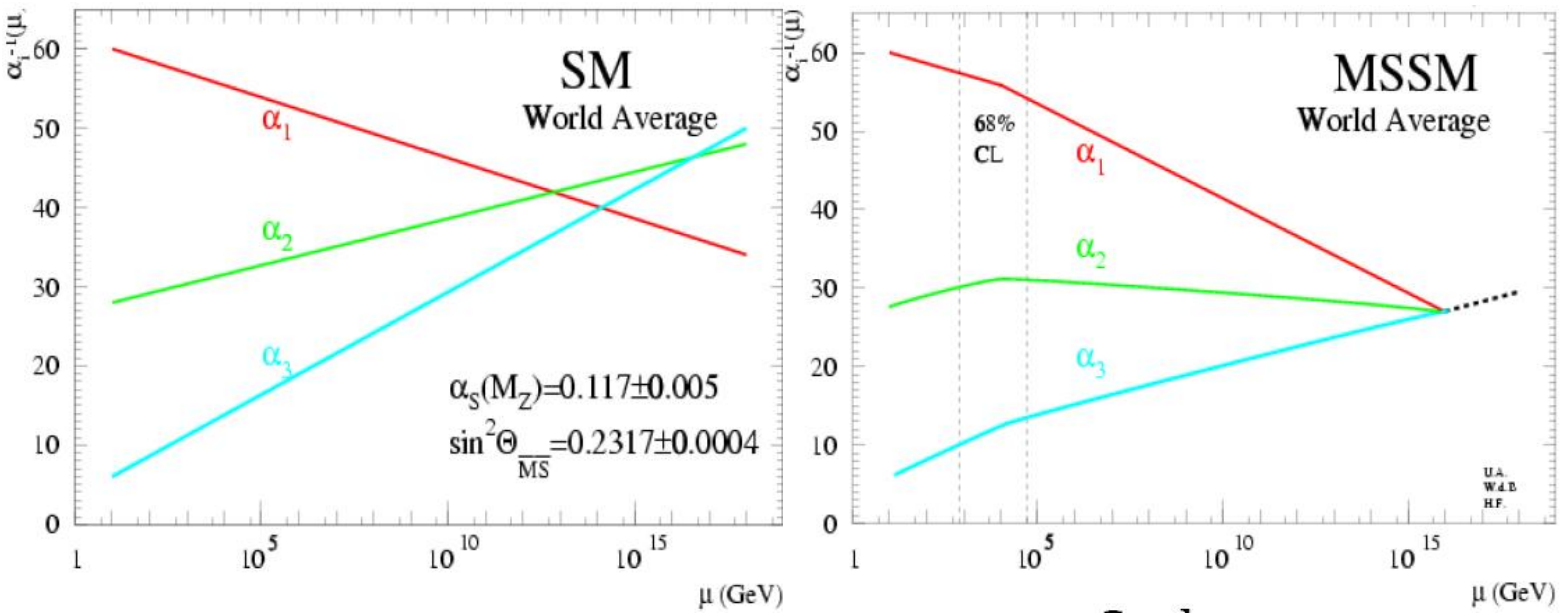
seus spins diferem por 1/2 unidade

- portanto, dobra o número de partículas elementares!!
- devem ser muito pesadas caso contrário já as teríamos observado



SUSY (cont.)

- SUSY soluciona o problema de "naturalidade" :
  - M_H diverge para grandes Λ (escala de Nova Física) $\Rightarrow$ requereria ajuste superfino
  - SUSY gera cancelamento da divergência ao incluir contribuições de partículas e parceiros supersimétricos
- SUSY possibilita uma escala de unificação para as constantes de acoplamento: escala GUT $\sim 10^{16}$

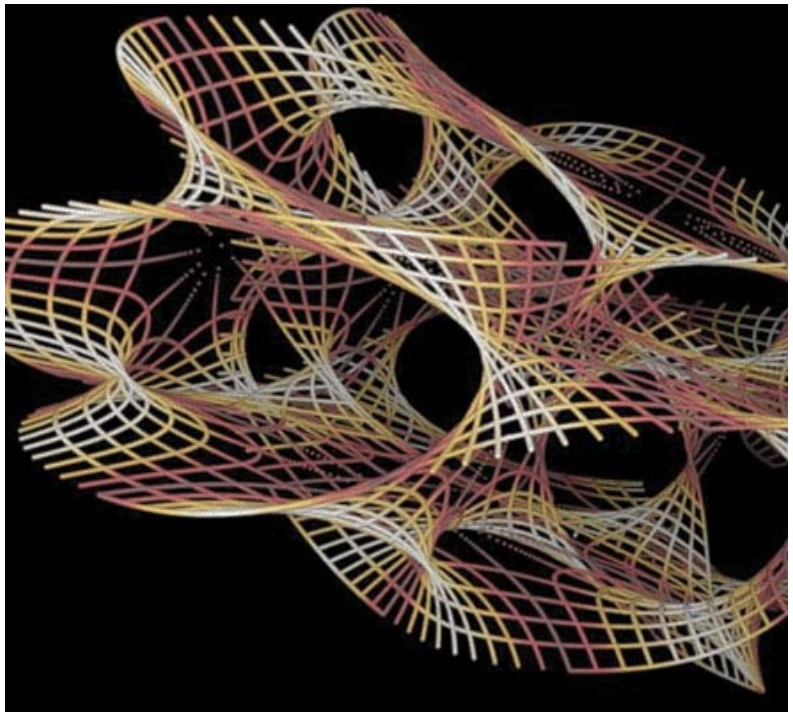


SUSY (cont..)

- Mas, SUSY é mais complicada: requer ao menos 5 Higgs (no modelo SUSY mínimo)
- novo número quântico:paridade R
  - partículas normais têm $R = +1$
  - partículas SUSY têm $R = -1$
- se R paridade é conservada:
  - partículas SUSY devem ser produzidas em pares a partir de matéria ordinária
  - a partícula SUSY mais leve deve ser estável
    $\Rightarrow$ não interage com a matéria ordinária: se produzida em uma colisão vai escapar do detector: energia e momentum faltantes)
    ótima candidata para matéria escura
- no SUSY mínimo, massas são preditas na faixa $\sim 100 - 1000$ GeV $\Rightarrow$ LHC deveria encontrá-las!

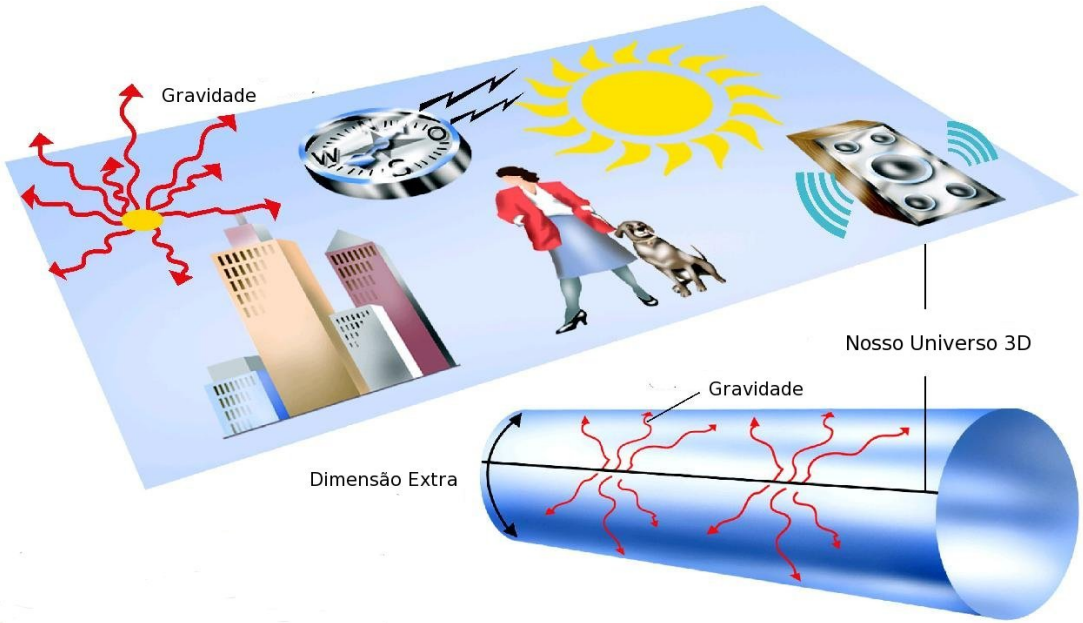
Gravitação e Dimensões Extras

- A Gravitação não está incluída no MP; problemas formulação quântica–relativística (teoria de campos) que a descreva
  - longo alcance $(1/r^2) \Rightarrow$ gráviton não-massivo, spin 2
- supersimetria ajuda ...
- teoria de cordas: forças e partículas como vibrações das supercordas. tem consistência quântica, mas requer mais 7 dimensões



Dimensões Extras

- dimensões extras estariam "enroladas"
- todas as partículas e forças vivendo no mundo 4D, mas gravidade se propaga em todas as dimensões
- estas dimensões poderiam ser da ordem de mm sem violar nenhuma medida até hoje
- possibilidade de criação de mini-buracos negros ....



Exótica

Strong gravity - Large extra dimensions (ADD)

- traria escala de Plack para TeV
- gráviton escapa detecção
- monojato, monofóton
- mini-buracos negros: decaimento isotrópico (multi-jatos)

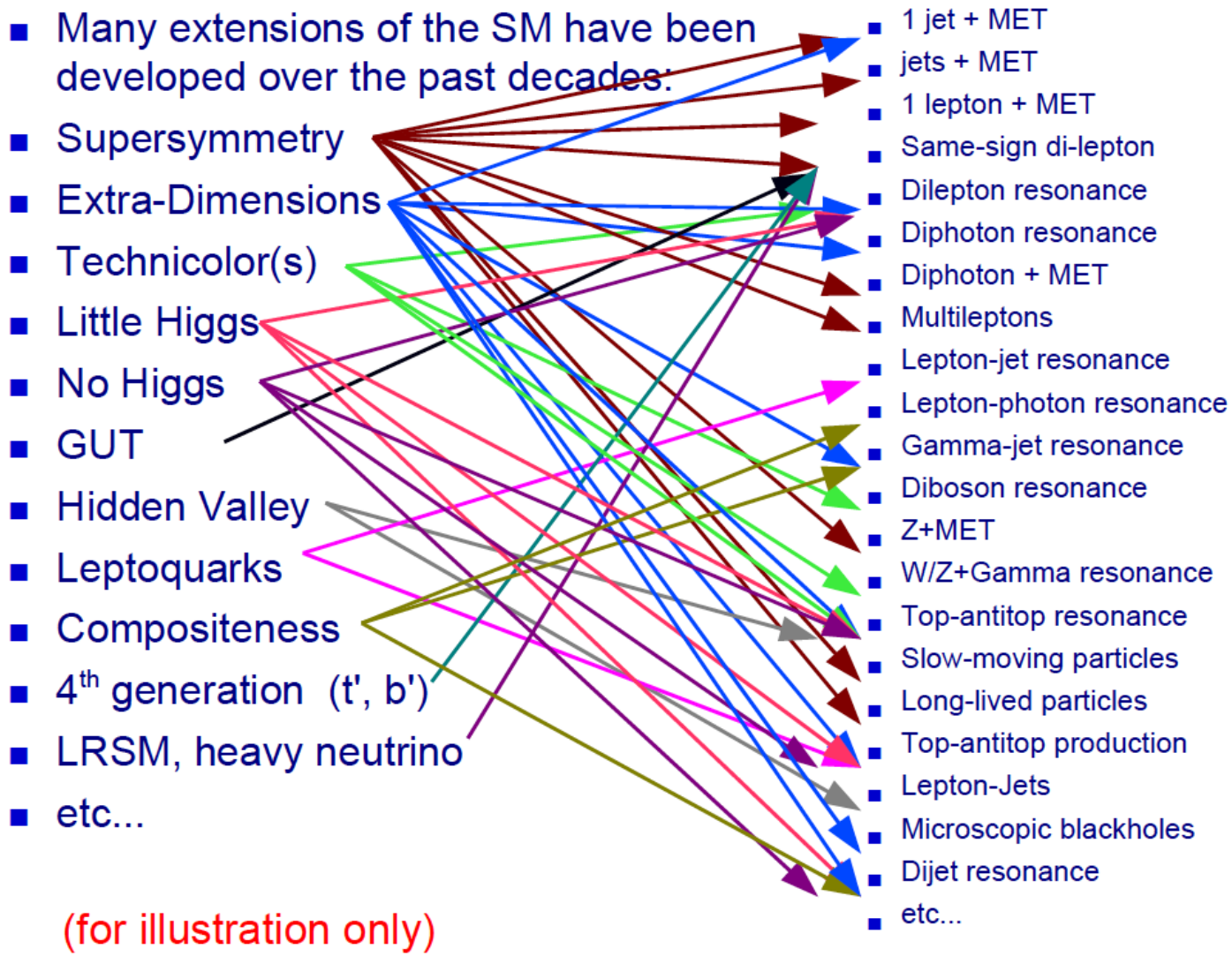
Ressonâncias Pesadas

- Preditas por várias extensões do Modelo Padrão
- teorias tipo GUT, Little Higgs $\Rightarrow$ bósons de gauge pesados Z', W'
- technicolor $\Rightarrow$ technihadrons de pequena largura
- Randall-Sundrum ED $\Rightarrow$ Kaluza-Klein gráviton

Partículas de longa Vida

- SUSY com violação de paridade-R
- vértices pesados, separados do primário, associados a múon de alto p_T
- hadrons-R (squarks, gluinos)

Além do Modelo Padrão - Como buscar?



Apêndice I:
Mecanismo de Higgs

The *not* V-A character of the weak neutral current

♣ From neutrino–quark scattering it was found that the weak neutral current J_μ^{NC} is not purely (V-A)

♣ If the charged currents $J_\mu^\pm$ and a neutral current are expected to form a triplet, then this neutral current should be (V-A) ...

$$J_\mu^+ = \bar{u}_\nu \gamma_\mu \tfrac{1}{2}(1-\gamma^5) u_e = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L$$
$$J_\mu^- = \bar{u}_e \gamma_\mu \tfrac{1}{2}(1-\gamma^5) u_\nu = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L$$

in terms of a weak lepton dublet $\chi_L = \binom{\nu_e}{e^-}_L$ and ladder operators $\sigma_\pm$ we can write

$$J_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \sigma_\pm \chi_L$$

the introduction of a neutral current according to $SU(2)$ leads

$$J_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \left(\tfrac{1}{2}\sigma_3\right) \chi_L = \tfrac{1}{2}\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_l - \tfrac{1}{2}\bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

or

$$J_\mu^i = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \left(\tfrac{1}{2}\sigma_i\right) \chi_L \Rightarrow \text{a triplet of weak currents}$$

Weak Isospin and Hyperchage: $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

♣ On the other hand the EM current is written as

$$j_\mu^{\text{em}} = -e\bar{\gamma}_\mu e = -\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L$$

♣ neither j_μ^{em} or j_μ^{NC} respect $SU(2)_L$

♣ trying to rescue $SU(2)_L$ symmetry: form two orthogonal combinations

by analogy with isospin define weak hypercharge

$$Q = I^3 + \tfrac{1}{2}Y \quad \rightarrow j_\mu^{\text{em}} = J_\mu^3 + \tfrac{1}{2}j_\mu^Y$$

thus

$$\begin{aligned} J_\mu^Y = 2j_\mu^{\text{em}} - 2J_\mu^3 &= -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu e_L \\ &= -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{\chi}_L\gamma_\mu\chi_L \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ underlying symmetry group $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

- Q $\rightarrow$ generator of $U(1)_{\text{em}}$
- Y $\rightarrow$ generator of $U(1)_Y$

The mixture of neutral fields

- The basic interaction is written

$$-i\left[g\,\vec{J}^{\mu}\cdot\vec{W}_{\mu}+\frac{g'}{2}(J^{Y})^{\mu}B_{\mu}\right]$$

  - $W_{\mu}^{\pm}=\frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu}^{1}\mp iW_{\mu}^{2})$ describe the $W^{\pm}$ gauge bosons
  - W_{μ}^{3} and B_{μ} are the neutral fields

- but: the underlying $SU(2)_L\otimes U(1)_Y$ symmetry is broken
  - the two neutral states W_{μ}^{3} and B_{μ} mix forming orthogonal states (as we'll see next: Higgs Mechanism)
  - the charged $W^{\pm}$ also acquire mass
  - the coupling constants are related by

$$g\sin\theta_W=g'\cos\theta_W=e$$

  - e and θ_W determined by experiment: $\sin\theta_W=0.23122(15)$
  - masses of W and Z related by $M_W=M_Z\cos\theta_W$

An Example: Higgs Model in $U(1)$

♣ The Lagrangian for a charged fermion interacting with an abelian U(1) local gauge field (e.g. EM) is

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\left[i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} - ieA_{\mu}) - m\right]\psi - \tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

(where $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$). It is invariant under local gauge transformations

$$\psi \to \psi' = \mathrm{e}^{i\alpha(x)}\psi, \quad A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} + \tfrac{1}{e}\partial_{\mu}\alpha$$

A mass term for A_{μ}

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \tfrac{1}{2}m_A^2 A^{\mu}A_{\mu}$$

would break gauge invariance $\to$ photon needs to be massless

⋆ the same argument holds for other groups, like $SU(2)$

$\Rightarrow$ BUT ...we need weak bosons to be massive!

break of local gauge symmetry: sponteneous symmetry breaking

Higgs Model in $U(1)$ (cont.)

♣ Couple a complex scalar field $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ to the $U(1)$ gauge field

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)$$

such that

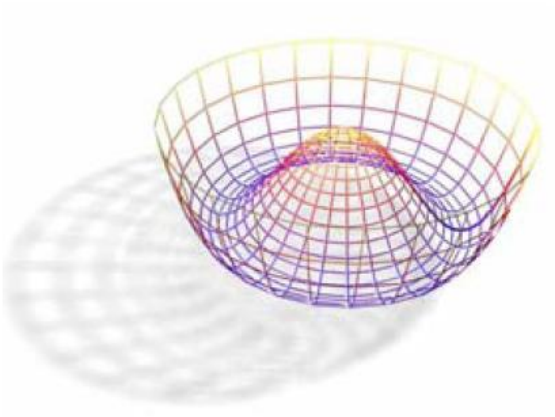
$$V(\phi) = \underbrace{\mu^2|\phi|^2}_{\text{a "mass type" term}} + \underbrace{\lambda|\phi|^4}_{\text{a self-coupling term}}$$

- for $\mu^2 > 0$:
  - true mass term
  - $V(\phi)$ has a minimum at $\phi = 0$
  - $m_\phi = \mu$

Higgs Model in $U(1)$ (cont..)

- for $\mu^2 < 0$:
  - minimum of $V(\phi)$ occurs for

$$|\phi| = \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$



$\Rightarrow$ the ground state (vacuum) does not present the lagrangian symmetry $\rightarrow$ breaks $U(1)$

Higgs Model in $U(1)$ (cont...)

♣ Take $\phi_1 = v$, $\phi_2 = 0$ and expand $\mathcal{L}$ about the vacuum in terms of fields h and χ by writing:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\chi}{v}} (v + h(x)) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} [v + h(x) + i\chi(x)]$$

In terms of h and χ, $\mathcal{L}$ is written

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \quad = \quad & -\tfrac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \tfrac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \tfrac{1}{2} (\partial_\mu h \partial^\mu h + \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi) \\ & + \mu^2 h^2 - ev A_\mu \partial^\mu \chi + (h, \chi \text{ interaction terms}) \end{aligned}$$

From this lagrangean we read

$$M_A = ev; \quad M_h = \sqrt{-2\mu^2}, \quad M_\chi = 0$$

Higgs Model in $U(1)$ (cont...)

The term $-evA_\mu\partial^\mu\chi$ can be eliminated by a gauge transformation

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev}\partial_\mu\chi$$

so finally we have

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A'_\mu A'^\mu + \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h - V(h)$$

$\Rightarrow$ χ has disappeared (transformed to longitudinal comp. of A_μ)

$\rightarrow$ Goldstone Boson

$\Rightarrow$ $\mathcal{L}$ describes two interacting massive fields: A_μ and h

h is the Higgs Particle

This is the Higgs Mechanism

(here applied hipothetically to $U(1)$)

Higgs Mechanism in the SM

♣ Now appying the same idea for the SM group $SU(2) \otimes U(1)$. Introduce a SU(2) Higgs doublet:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

The lagrangian is

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)(D^\mu \Phi) - V(\Phi) - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

the last two terms corresponding to the $SU(2)$ and $U(1)$ fields respectively. Coupling of the Higgs field to $SU(2)$ and $U(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - i\frac{g'}{2} B_\mu$$

with

$$\begin{cases} B & \rightarrow & U(1) \text{ gauge boson} \\ g & \rightarrow & U(1) \text{ coupling constant} \\ \vec{W} & \rightarrow & SU(2) \text{ gauge bosons} \\ g' & \rightarrow & SU(1) \text{ coupling constant} \end{cases}$$

Higgs Mechanism in the SM (cont.)

- Again, if $\mu^2 < 0$ spontaneous symmetry breaking occurs. Minimum for

$$|\Phi| = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}$$

- choice of vacuum breaks $SU(2) \otimes U(1)$
- Following similar steps as in the $U(1)$ case, the mass terms appearing are

$$\frac{v^2}{8}\left[g^2(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 + (g'B_\mu - gW_\mu^3)^2\right]$$

The second term is non-diagonal. After diagonalizing we find:

$$\begin{cases} W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + W_\mu^2) & \rightarrow \quad M_W = gv/2 \\ Z_\mu^0 = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2+g'^2}} & \rightarrow \quad M_Z = \sqrt{g^2+g'^2}\ v/2 \\ A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2+g'^2}} & \rightarrow \quad M_A = 0 \end{cases}$$

Higgs Mechanism in the SM (cont..)

- Defining mixing angle $g'/g = \tan\theta_W \leftrightarrow \sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$

$$A_\mu = \cos\theta_w B_\mu + \sin\theta_W W^3_\mu$$
$$Z_\mu = -\sin\theta_w B_\mu + \cos\theta_W W^3_\mu$$

- W and Z masses related by: $M_W = M_Z \cos\theta_W$

♣ In summary:

- breaking of $SU(2) \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_{em}$
- Higgs Mechanism constructed in such a way to provide masses to W and Z while keeping the photon massless
- three goldstone bosons absorbed as W and Z longitudinal components
- predicts mass relation between W and Z