A FÍSICA DO LHC: Conceitos teóricos e principais resultados

1ª Aula

Carla Göbel
Depto. de Física - PUC-Rio



Tópicos de Hoje

1. Introdução: Modelo Padrão
   - Os Constituintes da Matéria
   - As Interações Fundamentais
   - A equação de Dirac e Diagramas de Feynman
2. Simetrias e Números Quânticos
   - Isospin
   - Números Quânticos Aditivos
   - Simetrias Discretas

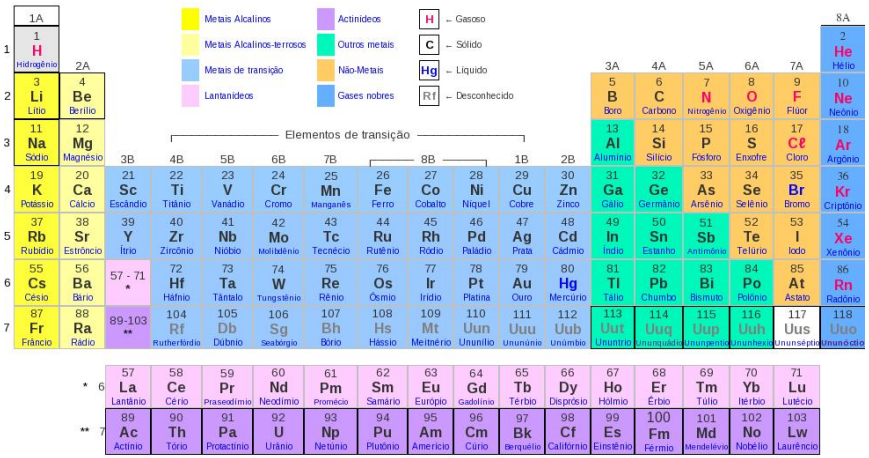
Introdução: Modelo Padrão

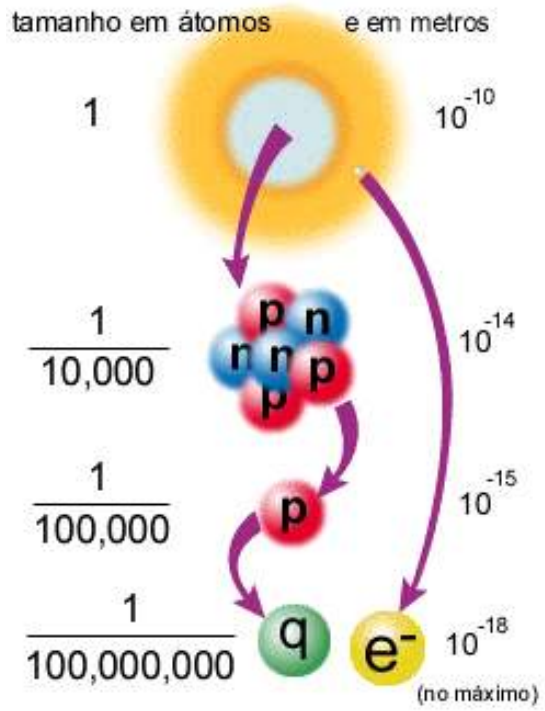
Os Constituintes da Matéria

Os Constituintes da Matéria

Toda a matéria ordinária é feita de

- prótons
- nêutrons
- elétrons





- 99,999999999999% do volume de um átomo é apenas espaço vazio!

Os Constituintes da Matéria

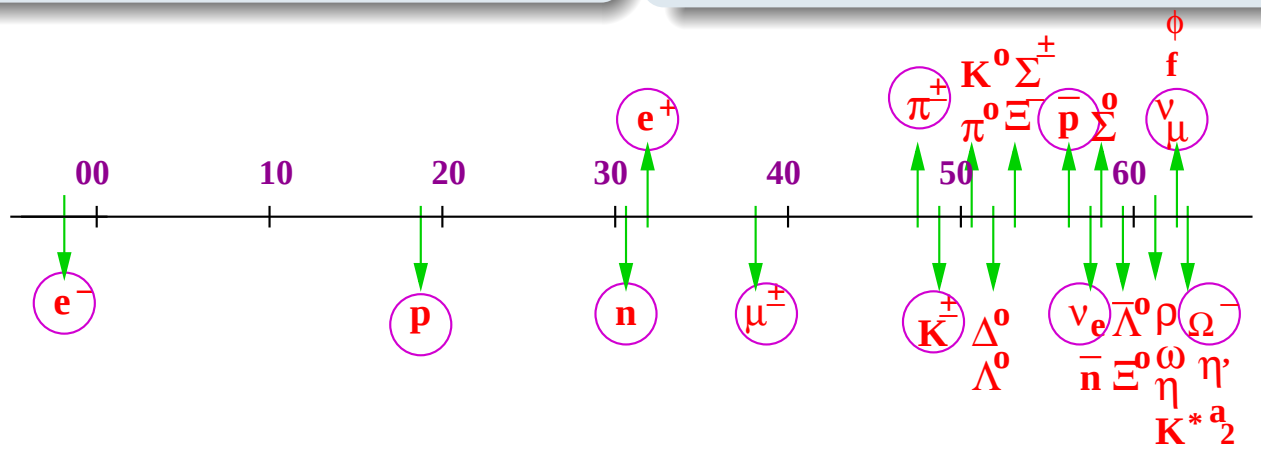
Mas este não é o fim (ou começo?) da história ...

Anos 30 $\Rightarrow$ novas partículas começaram a aparecer

RAIOS CÓSMICOS ACELERADORES

- 1932 o pósitron é observado
- 1933 Fermi postula o neutrino
- 1935 Yukawa propõe a existência do méson π
- 1937 descoberta do múon

- 1947 descoberta do píon
- 1947, 1949 $K^0, K^{\pm}$ observados
- 1950 $\pi^0 \to \gamma\gamma$
- '50 ... um monte de novas partículas !



Partículas "elementares" ????

Classificação das Partículas

Partículas observadas com diferentes propriedades

- massa
- tempo de vida
- spin
- carga
- interações

As partículas foram classificadas em duas categorias principais:

LÉPTONS

- os carregados sentem as forças EM e fraca

  e, μ, τ

- neutrinos sentem somente a força fraca

  ν_e, ν_μ, ν_τ

HÁDRONS

- sentem todas as forças
- Bárions: spin semi-inteiro

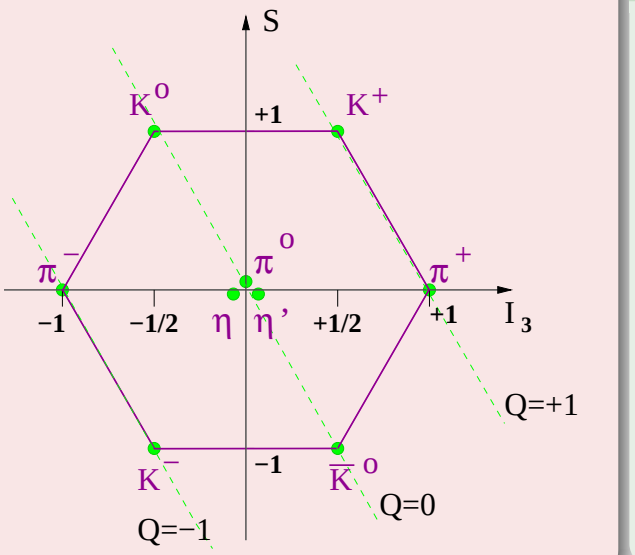
  ex. n, p, Λ
- Mésons: spin inteiro

  ex. π, K
- mas ...por que tantos hádrons?

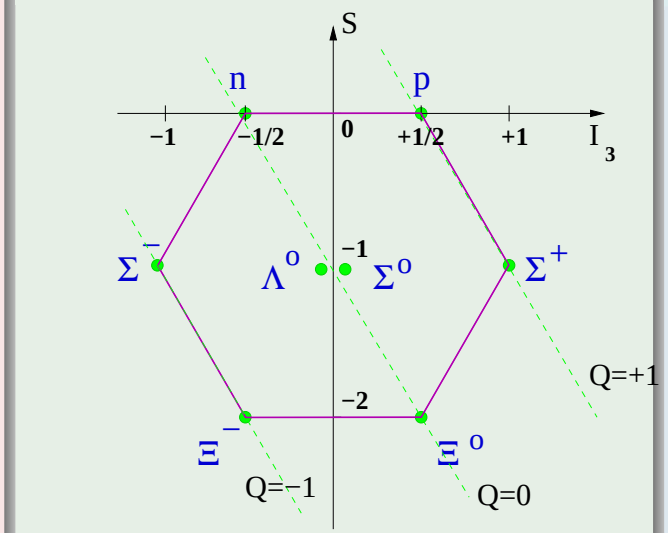
"Eightfold Way"

Gell-Mann e Ne'eman (61) agrupam os hádrons de massas próximas em octetos e decupletos de acordo a seus isospin e estranheza

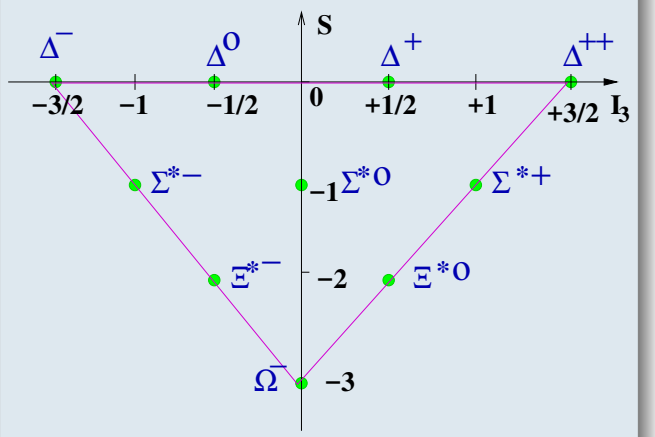
mésons pseudoescalares



bárions de spin 1/2



bárions de spin 3/2



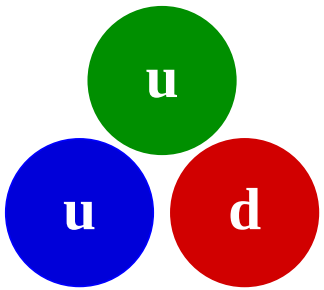
Quarks

Gell-Mann e Zweig (64) propõe a existência de QUARKS: férmions com spin 1/2 e carga fracionária ...

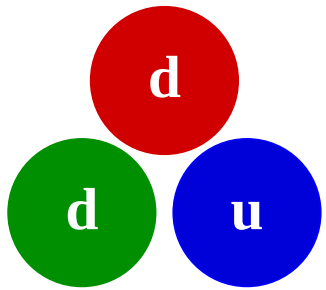
todos os mésons ($q\bar{q}$) e bárions (qqq) são explicados a partir de combinações de três quarks diferentes:

u d s

S = 0	u	d
S = 1		s
carga	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$



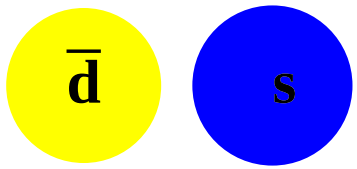
proton



neutron



pion π^+

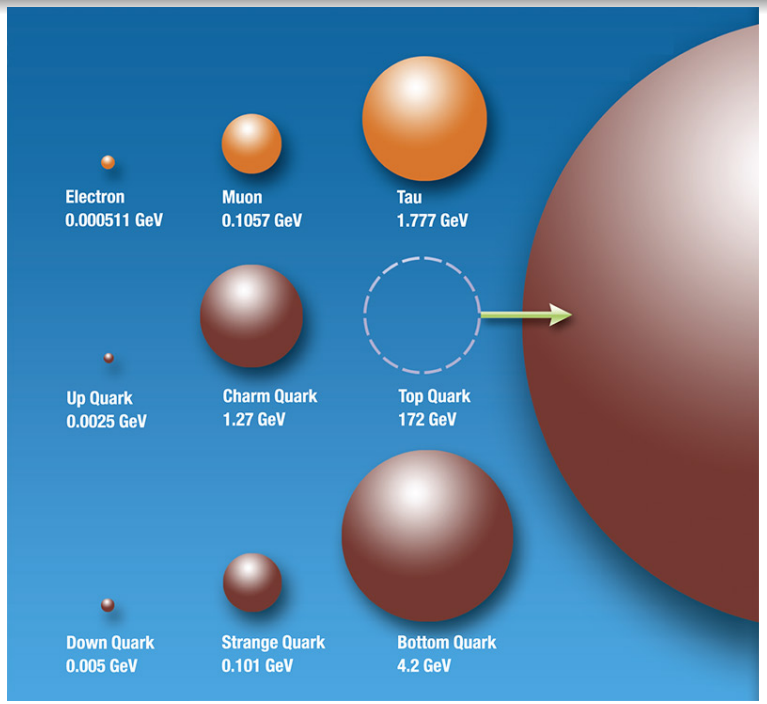


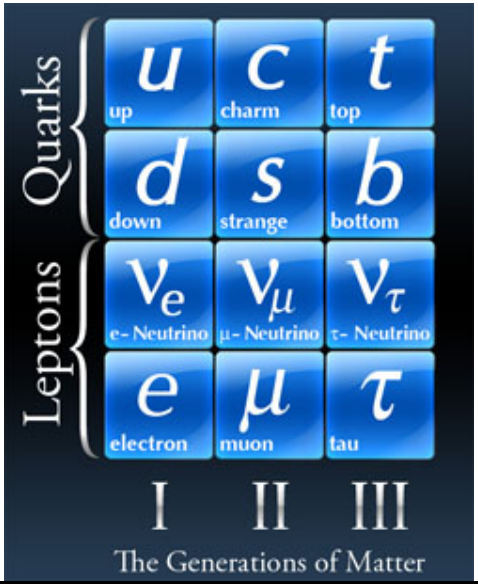
kaon K^o

... mas ainda novas partículas foram descobertas!!

Quarks & Léptons: os férmions (spin $\frac{1}{2}$) fundamentais

⋆ o quark charme é predito em 71 e descoberto em 74
⋆ um novo lépton, tau, observado em 75
(3^a família de léptons!)
⋆ o quark bottom é descoberto em 77
(3^a família de quarks!)
⋆ o último quark top é observado em 95
⋆ o último férmion ν_τ é detectado em 2000





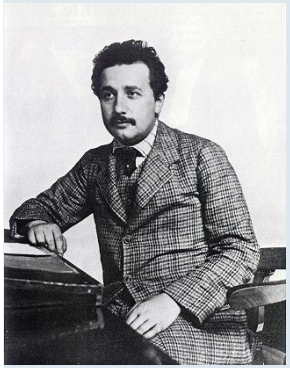
⇐ então estes são os constituintes mais elementares da matéria

... ah ...
mas tem anti-matéria também

Digressão: Predição e Observação da AntiMatéria

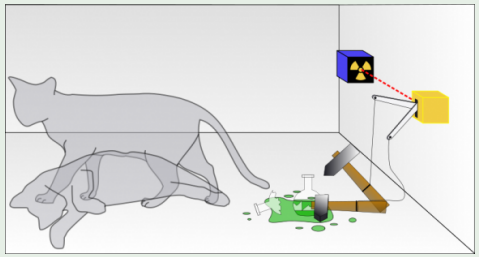
★ Início dos anos 30: "Física Moderna" recém nascia

Teoria da Relatividade



- velocidade da luz no vácuo é absoluta
- tempo é relativo
- $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

Mecânica Quântica

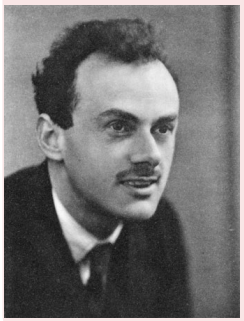


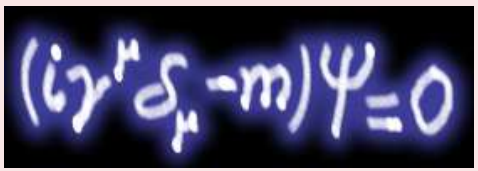
partícula livre: $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$

massa ainda não é parte da energia ...

como compatibilizar?

Paul Dirac (1928): equação de onda relativística para o elétron





soluções com energias

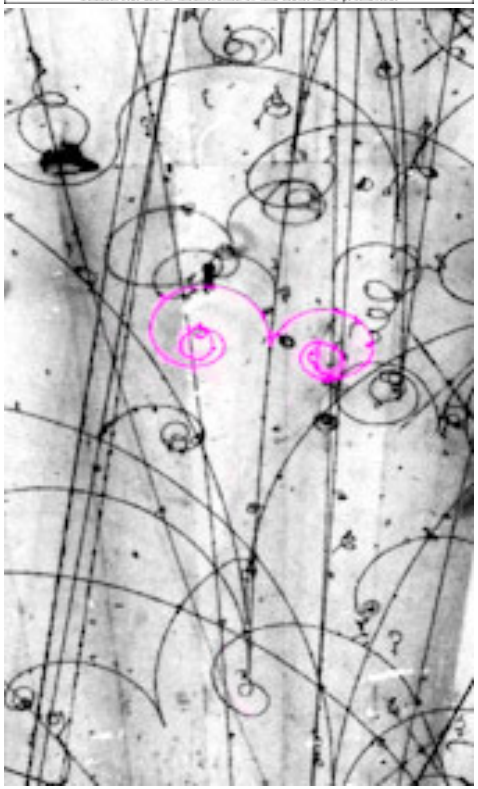
$+\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ e $-\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$

?!?!

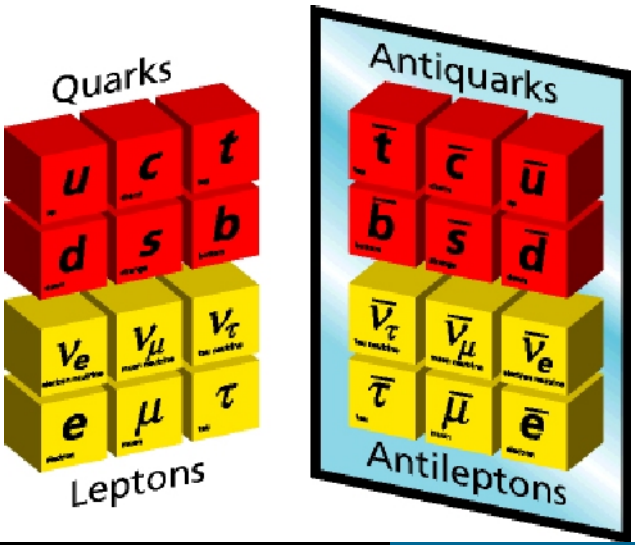
A Predição e Observação da AntiMatéria

- **Dirac 1931** $\rightarrow$ estado de energia negativa é anti-elétron com energia positiva
  a partir de considerações *puramente teóricas*, prediz a existência da **antimatéria**
- **Carl Anderson (1932):** câmara de bolhas para o estudo de partículas de raios cósmicos: $\Rightarrow$ existência do **pósitron**
- Nobel: Dirac (1933) e Anderson (1936)


© Copyright California Institute of Technology. All rights reserved.
Commercial use or modification of this material is prohibited.

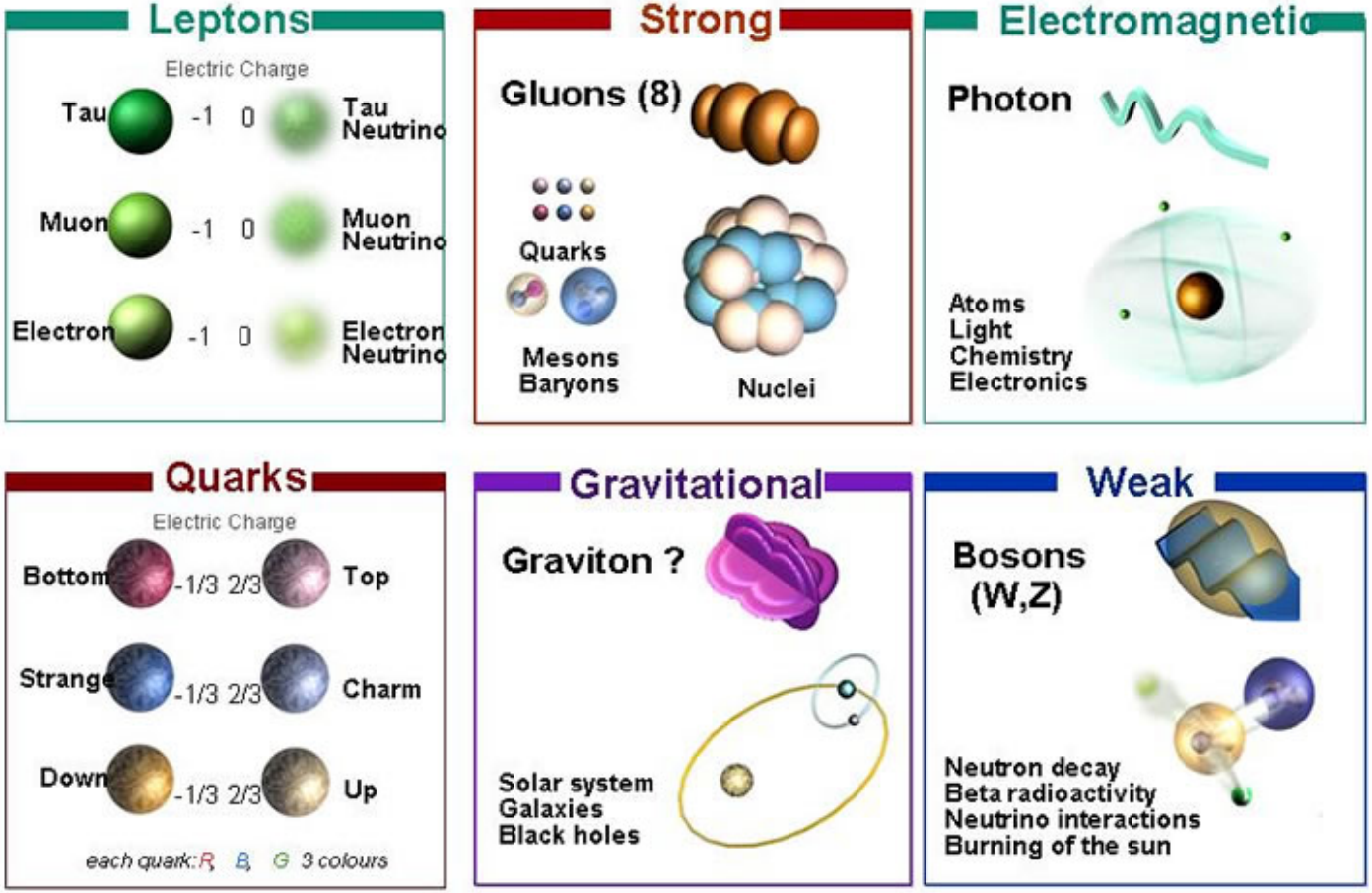


Então ....



As Interações Fundamentais

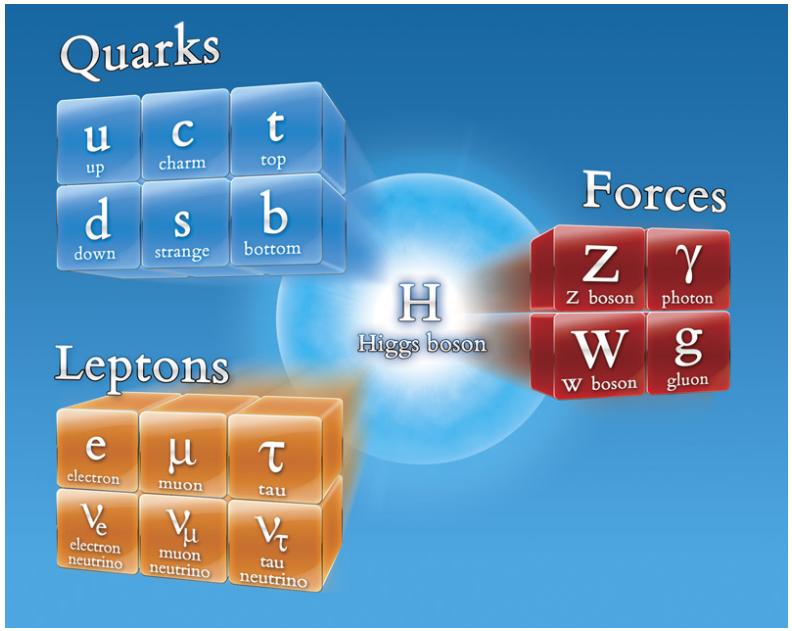
O que une a matéria?



O Modelo Padrão da Física de Partículas

♣ O que hoje chamamos de Modelo Padrão abrange o entendimento teórico das partículas e suas interações

- Força Eletrofraca: "combinação" das força EM (Eletrodinâmica Quântica) e fraca: A Teoria Eletrofraca
- Força Forte: Cromodinâmica Quântica



- Modelo Padrão explica com enorme êxito todos os experimentos feitos até agora peça faltante até 2012: o Bóson de Higgs

Mas como se construiu o Modelo Padrão?

Mecânica Quântica
+
Relatividade Especial

$\Rightarrow$

Teoria Quântica de Campos

partículas fundamentais interagem pela troca de bósons de gauge : os *quanta* do campo

** o fóton é o bóson de gauge da Eletrodinâmica Quântica (QED)!*

♣ O alcance da interação está relacionado com a massa de seu bóson de gauge (Princípio da Incerteza)

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar$$

a distância de vôo de uma partícula é

$$\Delta x = c\Delta t = c\hbar/\Delta E = c\hbar/Mc^2$$

- fóton: massa nula $\Rightarrow$ alcance infinito
- bóson W: $Mc^2 \sim 80 GeV \Rightarrow$ alcance 2×10^{-3}fm

Interações Fundamentais (cont.)

A partir de agora ... usaremos *unidades naturais*: $\hbar = c = 1$

- energia [GeV], momentum [GeV/c], massa (GeV/c^2) $\rightarrow$ GeV
- tempo [(GeV/$\hbar$)$^{-1}$], distância [(GeV/$\hbar$ c)$^{-1}$] $\rightarrow$ GeV^{-1}

$\Rightarrow$ A intensidade da interação é dada pela carga g, ou mais convenientemente pela constante de acoplamento

$$\text{QED: } e = g_{em} = \sqrt{4\pi\alpha\varepsilon_0\hbar c} = \sqrt{4\pi\alpha}$$

Interação	Intens. relativa	Bóson de Gauge	Massa (GeV/c^2)	Quem sente
Forte	1	**glúons (g)**	0	quarks
EletroMag.	10^{-3}	**fóton (γ)**	0	part. carregadas
Fraca	10^{-5}	**W^+, W^-, Z^0**	80, 91	quarks & léptons
Gravitacional	10^{-38}	**gráviton ?**	0	todos

A equação de Dirac e Diagramas de Feynman

A equação de Dirac

Férmions livres com spin $\frac{1}{2}$ são representados por um spinor de 4 componentes que obedece a equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

onde $\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^i) = (\beta, \beta\vec{\alpha})$ são as matrizes de Dirac com

$$\beta = \begin{pmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I} \end{pmatrix}, \ \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

e $\vec{\sigma}$ são as matrizes de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A equação de Dirac

As matrizes γ têm as seguintes propriedades

- $\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$
- $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$
- $\gamma^{i\dagger} = -\gamma^i$
- $(\gamma^i)^2 = -\mathbb{I}$

Escrevendo no espaço de momento,

$$\psi(x) = ae^{-\frac{i}{\hbar}p\cdot x}u(p) = ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\cdot\vec{r})}u(E,\vec{p})$$

a equação de Dirac fica

$$(\not{p} - m)u(p) = 0$$

As soluções satifazem $E = \pm\sqrt{p^2 + m^2}$. A solução de energia negativa é interpretada como uma solução de *anti-partícula* com energia positiva.

De fato, as soluções podem ser escritas como

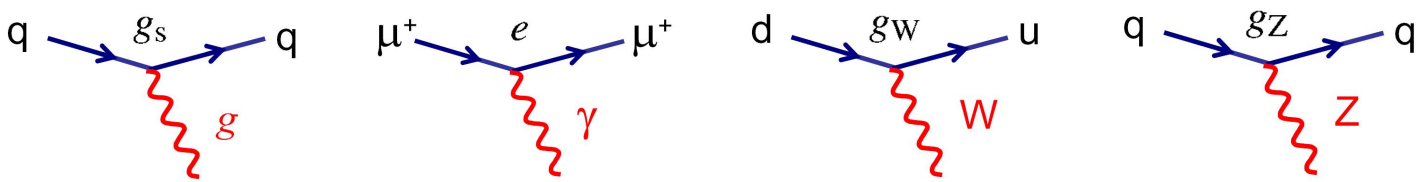
$$\text{fermion: } (\not{p} - m)u = 0 \quad \text{antifermion: } (\not{p} + m)v = 0$$

Diagramas de Feynman

Interações entre as partículas são descritas em termos de Diagramas de Feynman

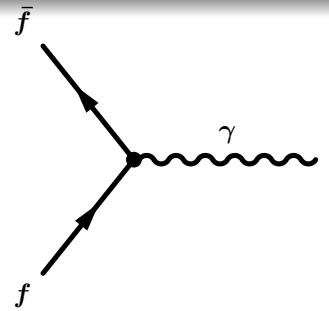
- tempo corre da esquerda para direita (variação: de baixo para cima)
- anti-partículas representadas como viajando para trás no tempo
- energia, momentum, momento angular, etc, conservados em todos os vértices
- partículas intermediárias sempre virtuais
- apenas linhas externas representam partículas reais (estados assintóticos)

Os Vértices do Modelo Padrão:

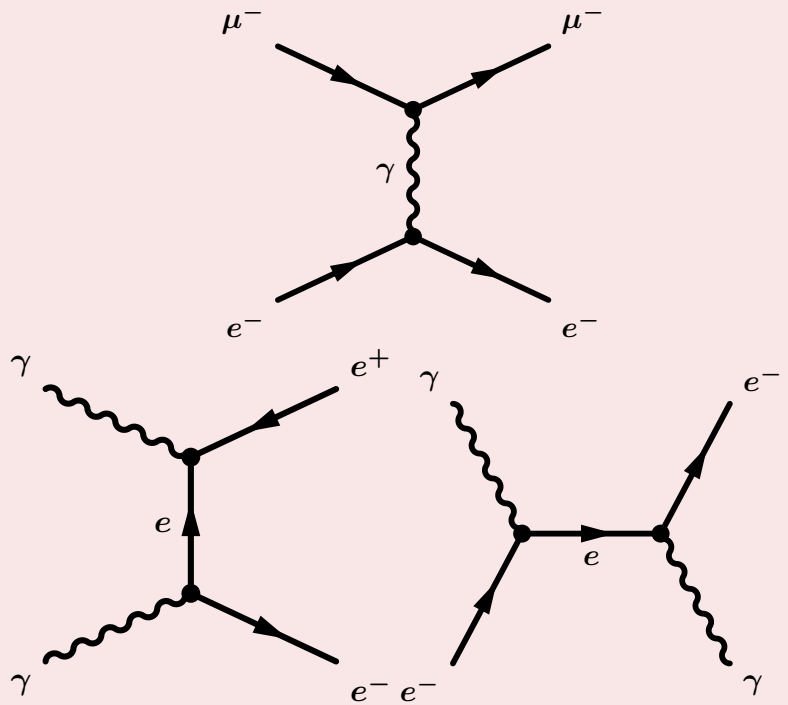


Eletrodinâmica Quântica (QED)

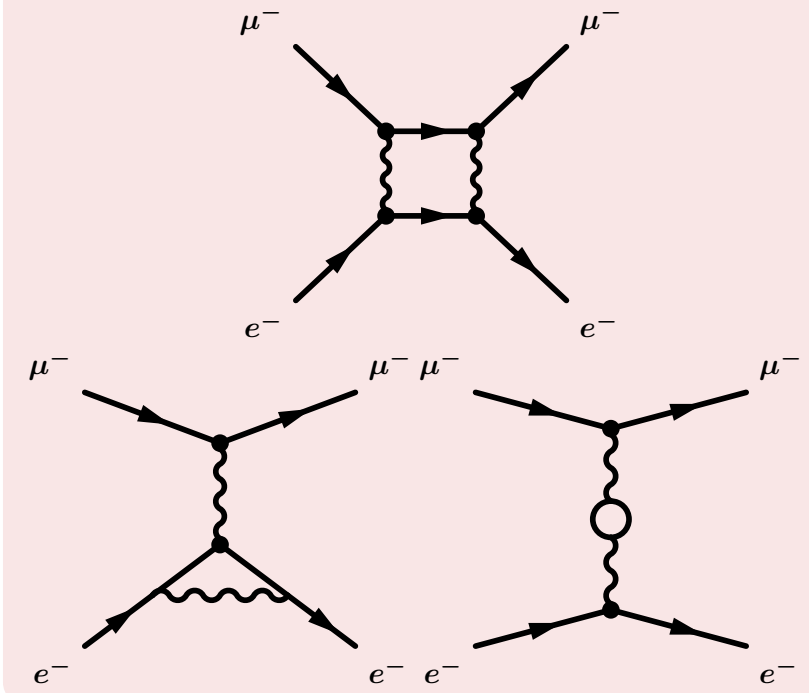
O processo básico é simplesmente:



Diagramas árvore



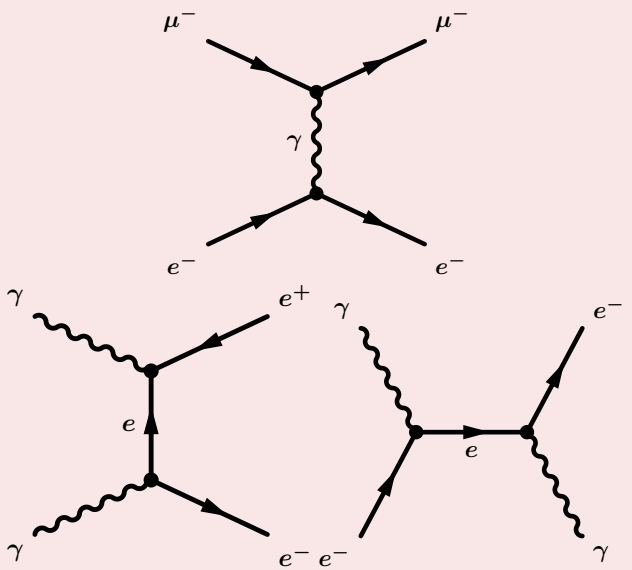
2^a ordem: box e loops



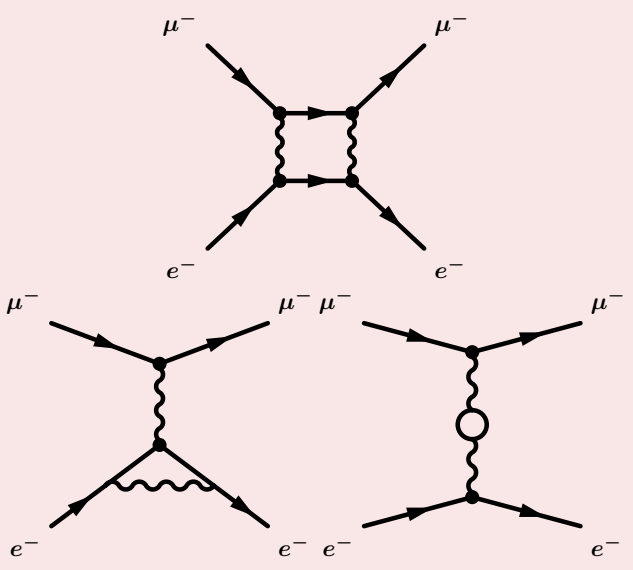
Eletrodinâmica Quântica (QED)

- partículas carregadas interagem pela troca de fótons
- a intensidade dada pela constante de estrutura fina $\alpha \sim 1/137$
- a teoria quântica–relativística que descreve as interações EM é a Eletrodinâmica Quântica (QED)
- cálculos explícitos de QED: extrema precisão nos processos EM

Diagramas Árvore

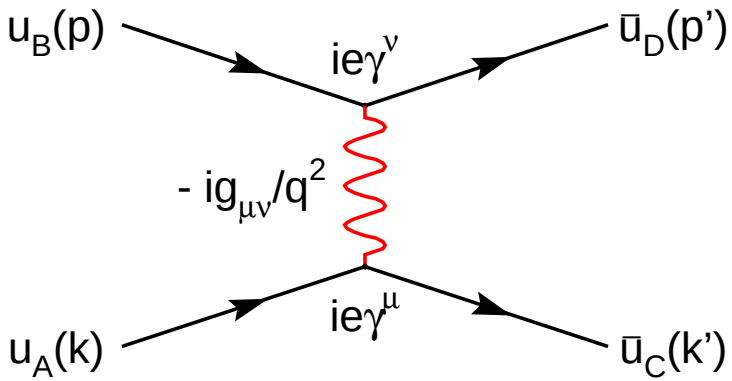


2ª ordem: box e loops



Espalhamento $e\mu$ e aniquilação $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

- A amplitude do processo está dada por:
$-i\mathcal{M} =$
$(ie\bar{u}_C\gamma_\mu u_A)\left(-\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2}\right)(ie\bar{u}_D\gamma_\nu u_B)$



- taxas, seções de choque não polarizadas dependem de $|\bar{\mathcal{M}}|^2$

- deste processo, pode-se facilmente por "crossing" calcular o processo de aniquilação $e^+e^- \to \mu^-\mu^+$
- pode-se mostrar que a seção de choque de espalhamento para 2 corpos está dada por *

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(8\pi)^2 s}\frac{|p_f|}{|p_i|}|\mathcal{M}|^2$$

onde s é a (energia)^2 disponível, p_i, p_f os momenta inicial e final, calculados no CM.

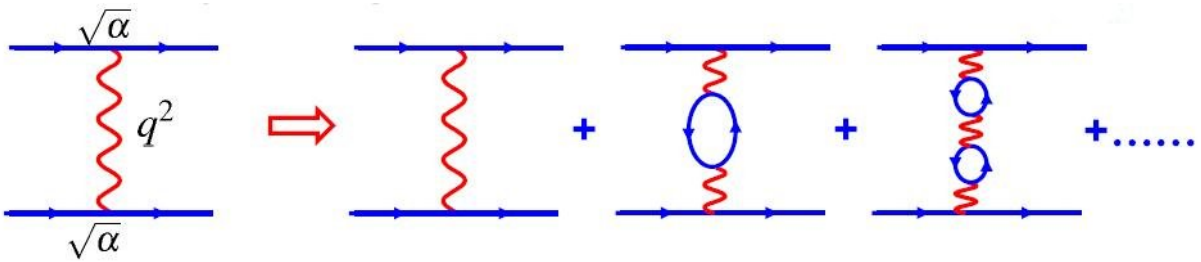
- encontra-se *:

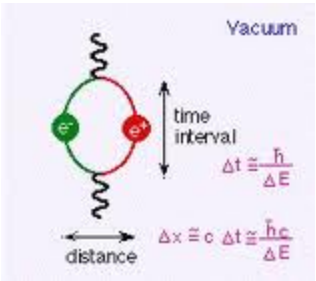
$$\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$

* ver Apêndice

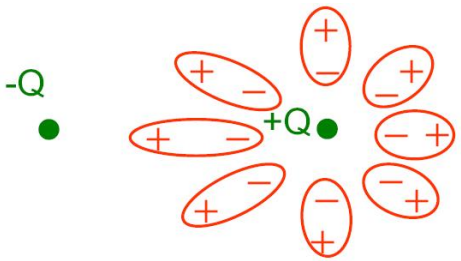
Renormalização e $\alpha(q^2)$ em QED

- cálculos envolvendo loops (ordens superiores em QED) levam a infinitos



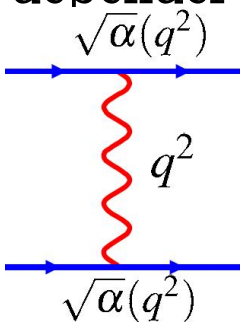


$\Rightarrow$ "screening" da carga nua do elétron devido a pares e^+e^-

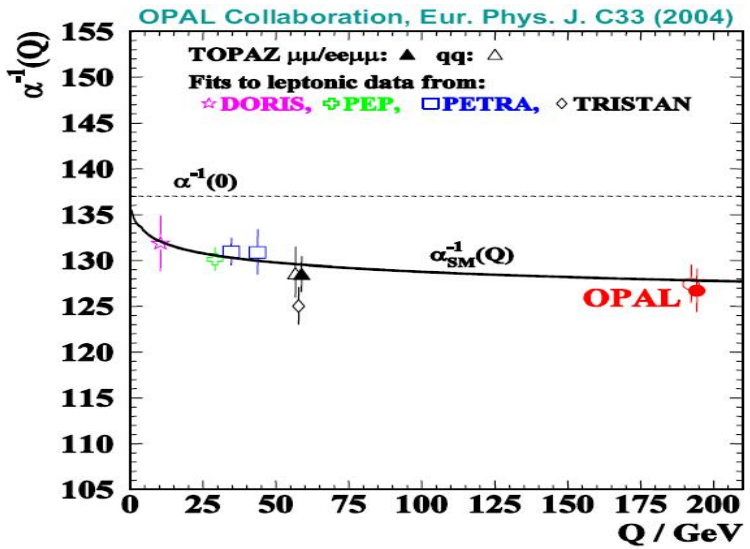


- renormalização: redefine carga e massa, o que cancela os infinitos
- na prática, a constante de acoplamento α passa a depender da escala de energia envolvida no processo:

$$\alpha(q^2) = \alpha(q_0^2) \Big/ \left[1 - \frac{\alpha(q_0^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{q^2}{q_0^2}\right)\right]$$



Renormalização e $\alpha(q^2)$ em QED (cont.)



⋆ em QED, α depende fracamente de q^2

- baixas energias ($q^2 \sim 0$): $1/\alpha \sim 137$
- altas energias: $1/\alpha(200\text{GeV}) \sim 127$

Predição e medida do momento magnético anômalo do elétron:

$$\frac{1}{2}(g-2) = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{\pi} - 0{,}328478965579\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1{,}181241456\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 - 1{,}9144\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 \ldots$$

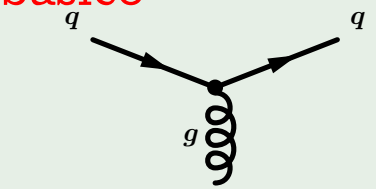
$$[(g-2)/2]_{\text{teo}} = (1.159.652.181,82 \pm 0,78) \times 10^{-12}$$
$$[(g-2)/2]_{\text{exp}} = (1.159.652.180,76 \pm 0,27) \times 10^{-12}$$

A mais precisa predição verificada experimentalmente da história da física!

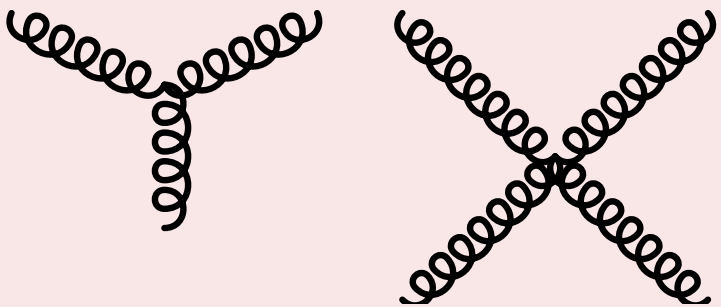
Cromodinâmica Quântica (QCD)

- QCD é a teoria que descreve as interações fortes
- O mediador é o glúon e a carga é a "cor"
- Como os glúons carregam cor, eles têm auto-interação !

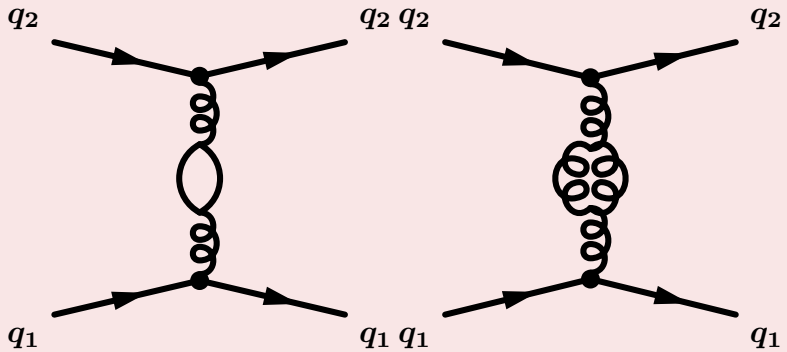
vértice de QCD básico



Auto-interação

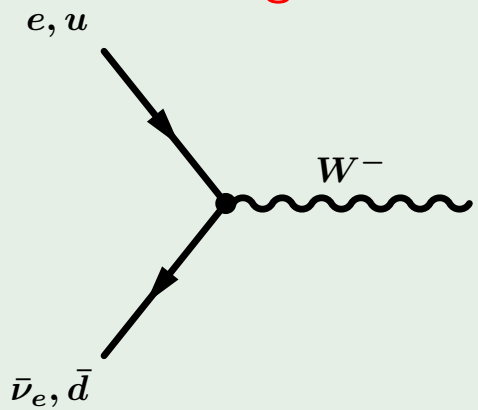


Ordens superiores

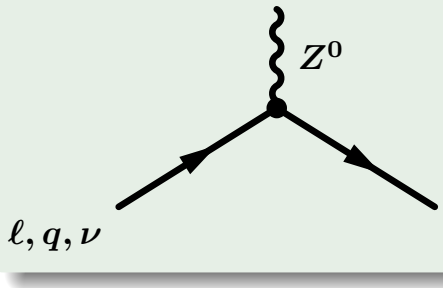


Interação fraca

vértice carregado

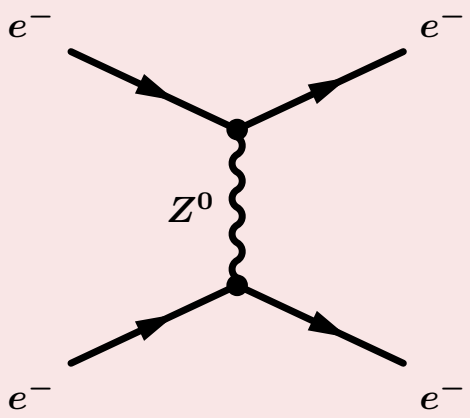


vértice neutro

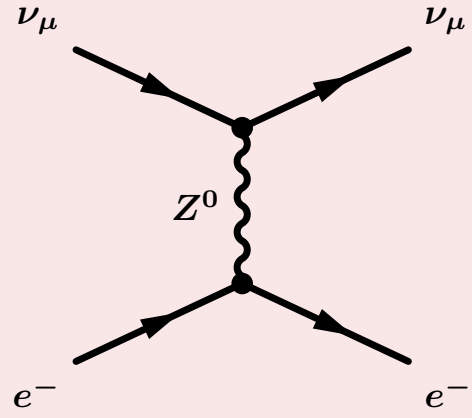


Alguns exemplos no setor leptônico

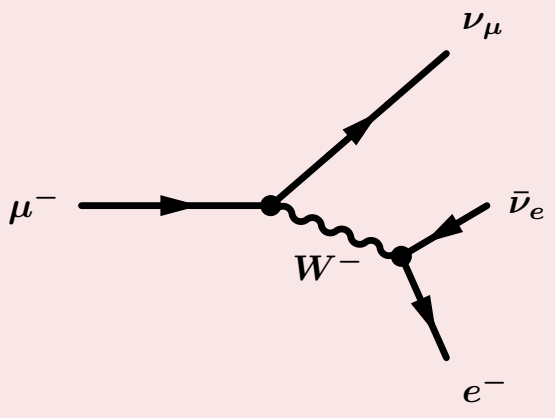
electron scattering



$e\nu$ scattering



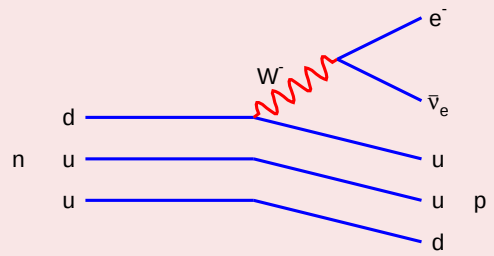
muon decay



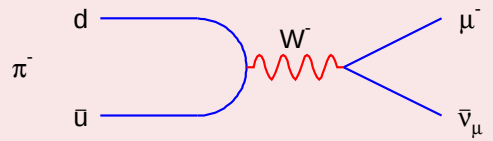
Examplos de processos fracos hadrônicos

Decaimentos:

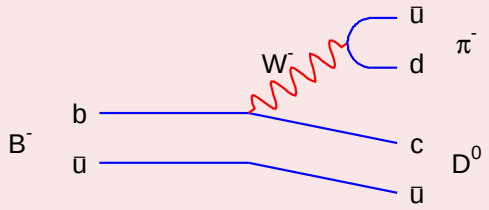
Decaimento beta



Decaimento do píon

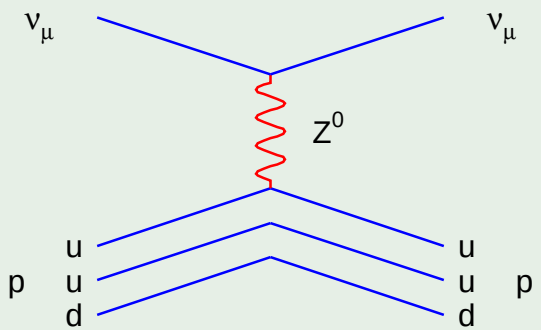


Decaimento de um méson B



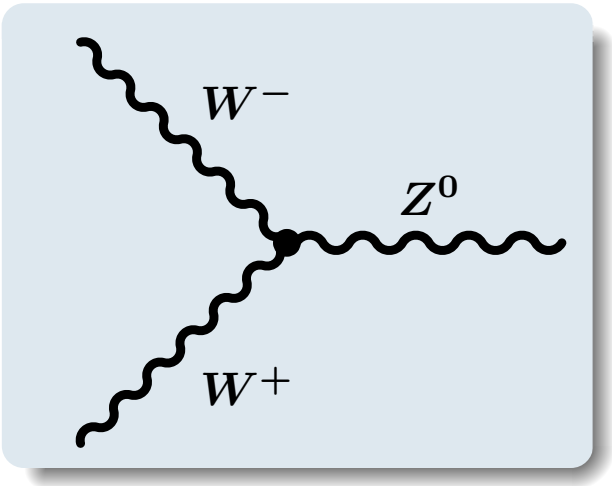
Espalhamento

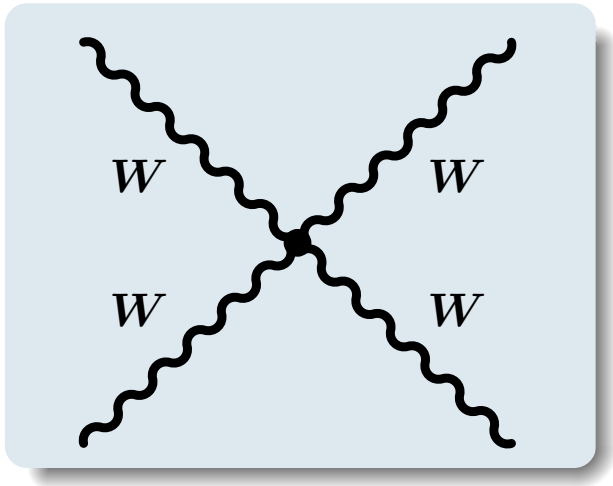
Espalhamento $p\,\nu_\mu$

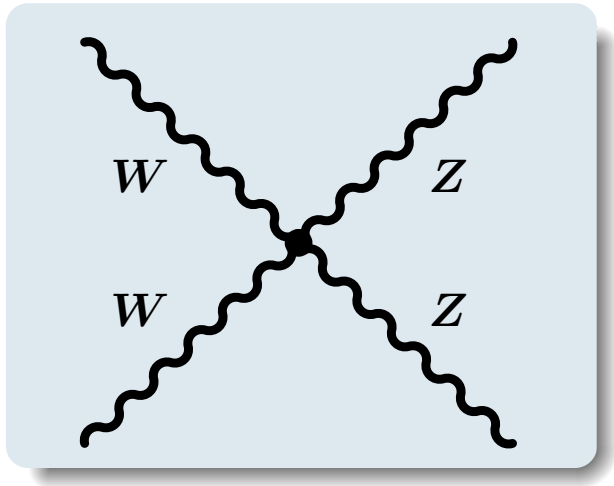


Interações EM e auto-interações dos bósons fracos

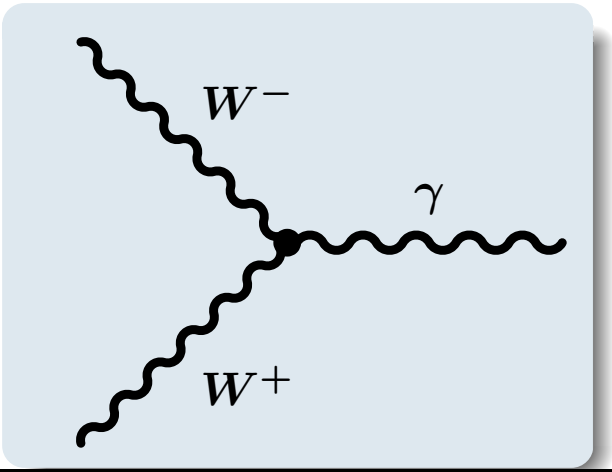
Auto-interações

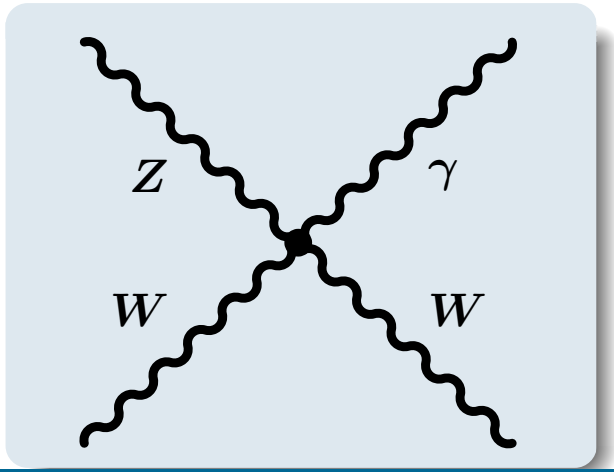






Interações EM





Simetrias e Números Quânticos

Simetrias e Leis de Conservação

Teorema de Noether

Para cada simetria da natureza corresponde uma lei de conservação (e vice-versa)

Exemplos:

- invariância frente a translações no espaço $\Leftrightarrow$ conservação de momentum
- invariância frente a translações no tempo$\Leftrightarrow$ conservação de energia
- invariância frente a rotações espaciais $\Leftrightarrow$ conservação de momento angular
- invariância frente a transformações de gauge no EM $\Leftrightarrow$ conservação da carga

Grupos e Simetrias

O conjunto de operações de simetria formam um GRUPO e tem as seguintes propriedades

1. Clausura: $R_i, R_j \in G \Rightarrow R_k = R_i R_j \in G$
2. Identidade: existe I para a qual $IR_i = R_i I = R_i$
3. Inversão: existe R_i^{-1} para a qual $R_i^{-1} R_i = R_i R_i^{-1} = I$
4. Associação: $R_i(R_j R_k) = (R_i R_j) R_k$

Ademais, com relação à comutação:

- se todos os elementos comutam, $R_i R_j = R_j R_i, \ \forall i, j \Rightarrow$ grupo abeliano
- caso contrário, grupo não abeliano

Em Física : geralmente grupos de matrizes
$U(n)$: coleção de matrizes $n \times n$ unitárias
$SU(n)$: $U(n)$ com determinante 1

Um exemplo: grupo de spin $1/2 \Rightarrow SU(2)$

Para spin semi-inteiro, existem dois possíveis estados:

$$|s\ m_s\rangle = |\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |sm_s\rangle = |\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

um estado de spin-1/2 genérico está dado por

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$\vec{S}$: matriz de spin $2 \times 2 \Rightarrow \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_1$, $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_2$, $\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_3$
Através de uma rotação

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

com $U(\theta) = \mathrm{e}^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{\sigma}/2}$

Isospin

Isospin: uma simetria de sabor

Heisenberg 1932 $\Rightarrow$ o nêutron é quase idêntico ao próton (exceto pela carga) $m_p = 938.26 MeV$, $m_n = 939.57 MeV$

$\Rightarrow$ dois estados do mesmo **nucleon** $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- analogia com spin $\Rightarrow$ novo número quântico **ISOSPIN**
- interações fortes: invariantes sob rotações no espaço de isospin (simetria interna) $\Rightarrow$ isospin é conservado
- $\vec{T} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$, $[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk} T_k$
  com operadores $T_- \equiv T_1 - iT_2$; $T_+ = T_1 + iT_2$
  $T_+ u = 0$; $T_+ d = u$; $T_- u = d$; $T_- d = 0$

♣ Modelo a Quark: isospin vem de $m_u \sim m_d$

$u = |\frac{1}{2}\ +\frac{1}{2}\rangle \quad d = |\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle$

outros sabores: $|0\ 0\rangle$

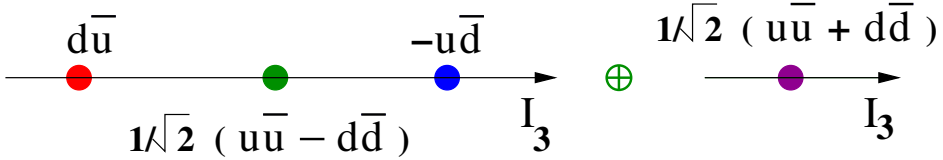
Combinando quark + antiquark

Os dubletos quark e antiquark são:

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \bar{q} = \begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}$$

Combinando 

estados tripleto e singleto são obtidos:



$\Rightarrow$ estes são os píons, I=1:$\pi^+ = |1\ 1\rangle,\ \pi^0 = |1\ 0\rangle,\ \pi^- = |1\ -1\rangle$

o singleto obedece: $T_+|0\ 0\rangle = T_-|0\ 0\rangle = 0$

- dimensão mais alta $\rightarrow$ Δ's: quatro estados $\Rightarrow$ $I = 3/2$

$\Delta^{++} = |\frac{3}{2}\ +\frac{3}{2}\rangle,\ \Delta^+ = |\frac{3}{2}\ +\frac{1}{2}\rangle,\ \Delta^0 = |\frac{3}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle,\ \Delta^- = |\frac{3}{2}\ -\frac{3}{2}\rangle$

Algumas Consequências de Isospin

- interações fortes: não diferencia p/n ou u/d
  $\Rightarrow$ I e I_3 conservadas
- interações fracas: $u \leftrightarrow d$
  $\Rightarrow$ I e I_3 não conservadas
- interações EM: $u \not\leftrightarrow d$ mas distingue u/d (carga)
  ex.: $\pi^0 \to \gamma\gamma$
  $\Rightarrow$ I_3 conservada, I não conservada
- hádrons "estáveis": próton e aqueles que decaem por interações fracas e EM
- ressonâncias: hádrons que decaem por interações fortes com $\tau \lessapprox 10^{-20}$
- taxas de decaimento das ressonâncias dependem basicamente de regras de isospin: razão dos coeficientes de Clebsh–Gordan

Um exemplo

ex.: $\Delta^+(1232) \Rightarrow \quad |\frac{3}{2}\ +\frac{1}{2}\rangle$ com dois modos de decaimento

$$\Delta^+ \rightarrow\ p\ \pi^0 \qquad \Delta^+ \rightarrow n\ \pi^+$$

with $p\pi^0 = |\frac{1}{2}\ +\frac{1}{2}\rangle|1\ 0\rangle$, $n\pi^+ = |\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle|1\ +1\rangle$

- Coeficientes de Clebsh-Gordan:

$$|\tfrac{3}{2}\ +\tfrac{1}{2}\rangle \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2}\ +\frac{1}{2}\rangle|1\ 0\rangle \\ \sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle|1\ 1\rangle \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\Delta^+ \rightarrow p\pi^0) &\propto \tfrac{2}{3}|\mathcal{A}_{3/2}|^2\rho(E) \\ \Gamma(\Delta^+ \rightarrow n\pi^+) &\propto \tfrac{1}{3}|\mathcal{A}_{3/2}|^2\rho(E) \end{aligned}$$

Então

$$\frac{\Gamma(\Delta^+ \rightarrow p\pi^0)}{\Gamma(\Delta^+ \rightarrow n\pi^+)} = 2$$

Números Quânticos Aditivos

Carga Elétrica

Conservação de carga elétrica $\Leftrightarrow$ invariância de gauge local – U(1)

Carga é conservada em todas as interações

exemplos

★ Interação forte

$$\begin{array}{cccccccc} & \pi^- & + & p & \rightarrow & K^0 & + & \Lambda^0 \\ Q & -1 & & +1 & & 0 & & 0 \end{array}$$

★ Interação fraca

$$\begin{array}{cccccccc} & n & \rightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu}_e \\ Q & 0 & & +1 & & -1 & & 0 \end{array}$$

Número Bariônico

Número Bariônico (B) é conservado em todas as interações

#(quarks) - #(antiquarks) = constante

bárions	$+1$	quarks	$\frac{1}{3}$
antibárions	-1	antiquarks	$-\frac{1}{3}$
mésons	0		

exemplos

⋆ interação forte

	π^-	$+$	p	$\rightarrow$	K^0	$+$	Λ^0
B	0		$+1$		0		$+1$

⋆ interação fraca

Λ^0	$\rightarrow$	p	$+$	π^-	
B	$+1$		$+1$		0

⋆ um decaimento proibido

p	$\nrightarrow$	e^+	$+$	π^0	
B	$+1$		0		0

Número Leptônico

Número Leptônico (L) é conservado em todas as interações

léptons	$e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu, \tau^-, \nu_\tau$	$+1$
antiléptons	$e^+, \bar{\nu}_e, \mu^+, \bar{\nu}_\mu, \tau^+, \bar{\nu}_\tau$	-1

exemplos

- ⋆ $\gamma + N \rightarrow e^+ + e^- + N$
- ⋆ $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$
- ⋆ $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
- ⋆ um decaimento proibido: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$
- ⋆ e este: $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ é possível ?

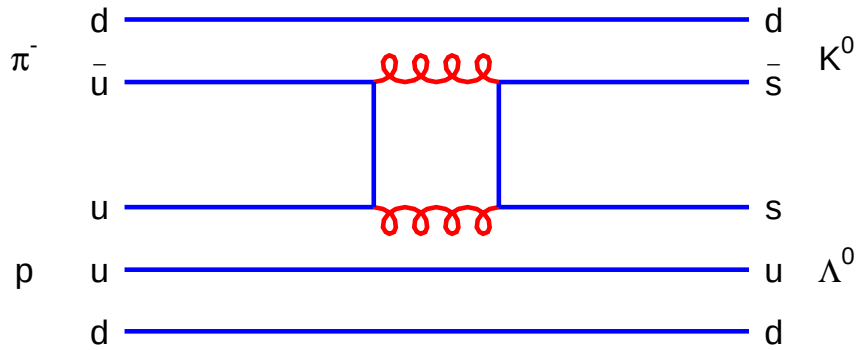
(viola L_μ e L_e mas ... são estes números conservados?)

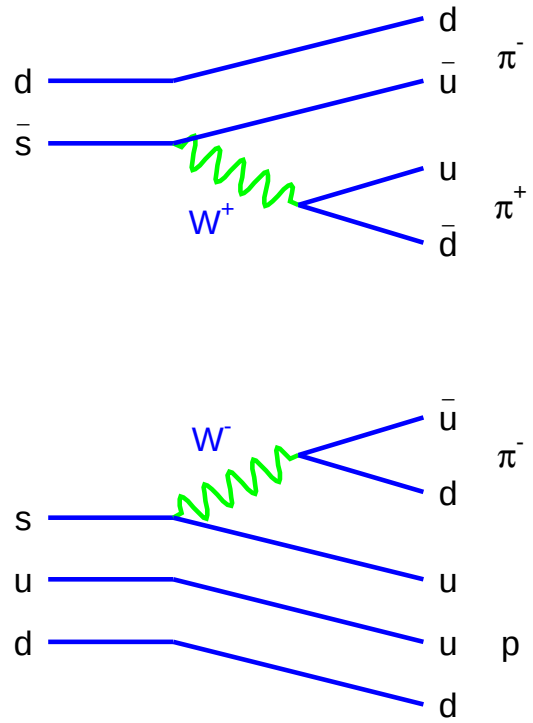
Estranheza

Estranheza (S) é conservada nas interações forte e EM

não é conservada nas interações fracas

ex: $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0, \quad K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \quad \Lambda^0 \rightarrow p\pi^-$





Estranheza (cont.)

hádrons com $\bar{s}$	ex.:$K^+(u\bar{s}), K^0(d\bar{s}), \overline{\Lambda^0}(\bar{u}\bar{d}\bar{s})$	$+1$
hádrons com s	ex.:$K^-(s\bar{u}), \overline{K^0}(s\bar{d}), \Lambda^0(uds)$	-1
bárions com $\bar{s}\bar{s}$	ex.:$\Xi^+(\bar{d}\bar{s}\bar{s}), \Xi^0(\bar{u}\bar{s}\bar{s})$	$+2$
bárions com sss	ex.:$\Omega^-(sss)$	-3

♣ o mesmo conceito e implicações de estranheza também se estendem aos quarks pesados: "charmness", "bottoness", "topness"

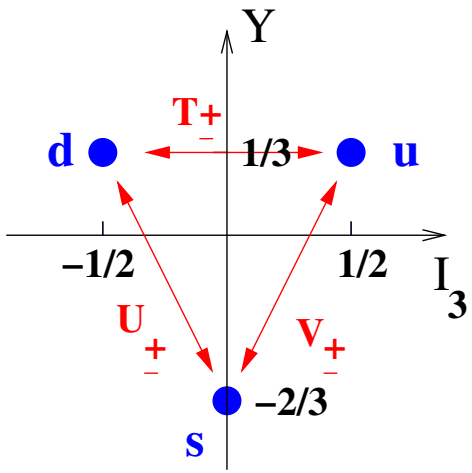
apenas uma consequência de que as interações EM e fortes não trocam sabor!

Estranheza e SU(3) de Sabor

- Isospin + S $\Rightarrow$ u d s $\Rightarrow$ $SU(3)$ de sabor
- $m_s > m_u/m_d \Rightarrow$ simetria não tão boa como isospin
- $SU(3) \rightarrow$ 8 geradores: $\vec{T} = \frac{1}{2}\vec{\lambda}, \quad \hat{U} = e^{i\vec{\alpha}\cdot\vec{T}}$
- $\vec{\lambda}$: matrizes de Gell–Mann (λ_3 and λ_8 diagonais)
- define-se hypercarga: $Y = B + S$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8, \quad I_3 = \frac{1}{2}\lambda_3$$

- Y e I_3 são números quânticos aditivos conservados (em interações fortes e EM)

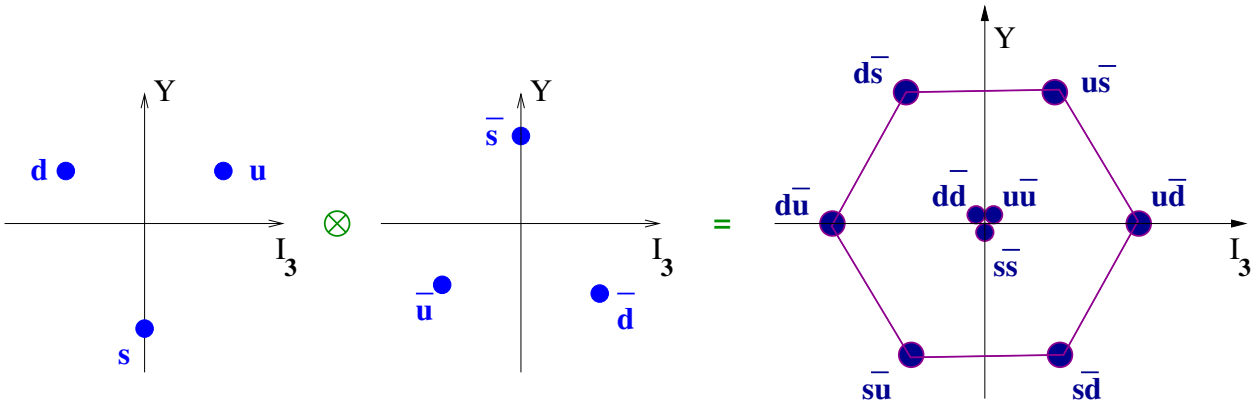


$$T_\pm = \frac{1}{2}(\lambda_1 \pm i\lambda_2)$$

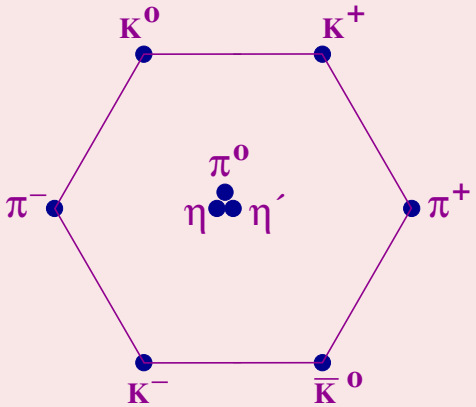
$$V_\pm = \frac{1}{2}(\lambda_4 \pm i\lambda_5)$$

$$V_\pm = \frac{1}{2}(\lambda_6 \pm i\lambda_7)$$

Construindo multipletos de $SU(3)$

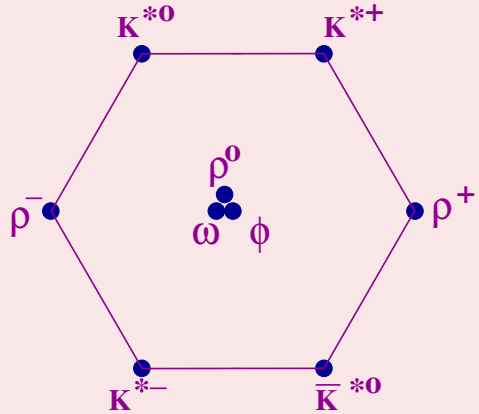


noneto pseudoescalar



$$\eta \approx \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$
$$\eta' \approx \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

noneto de mésons vetoriais



$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$
$$\phi \approx s\bar{s}$$

Simetrias Discretas

Paridade

P : operação discreta que inverte as coordenadas espaciais

$(x, y, z) \xrightarrow{P} (-x, -y, -z) \Rightarrow$ reflexão em relação à origem

- transforma um sistema de coordenadas mão–direita em mão–esquerda
- satisfaz $P^2 = 1$
- P é unitária, $P^\dagger P = 1 \Rightarrow P^\dagger = P$

P é hermitiana $\Rightarrow$ auto–estados de paridade são observáveis

- paridade é um número quântico multiplicativo
- sistema invariante sob $P \Leftrightarrow [H, P] = 0 \Leftrightarrow$ paridade é conservada

Paridade (cont.)

- Muitos sistemas quânticos são auto–estados de partidade

$$P|\psi(\vec{r})\rangle = +|\psi(\vec{r})\rangle \quad \lambda = +1 \quad \text{par}$$
$$P|\psi(\vec{r})\rangle = -|\psi(\vec{r})\rangle \quad \lambda = -1 \quad \text{ímpar}$$

- Para vetores: $P(\vec{a}) = -\vec{a}$
- Para vetores-axiais (pseudo-vetores): $P(\vec{c}) = P(\vec{a} \times \vec{b}) = +\vec{c}$
- Para as partículas fundamentais, uma *paridade intrínseca* é assignada

quarks $P = +1$
antiquarks $P = -1$

♣ Hádrons: objetos compostos ⇒ paridade é o produto da paridade intrínseca pela contribuição do momento angular

Mésons estáveis têm paridade negativa: $\pi, K, \eta, B, D, \ldots$
Bárions estáveis têm paridade positiva: $p, n, \Lambda, \Xi, \ldots$

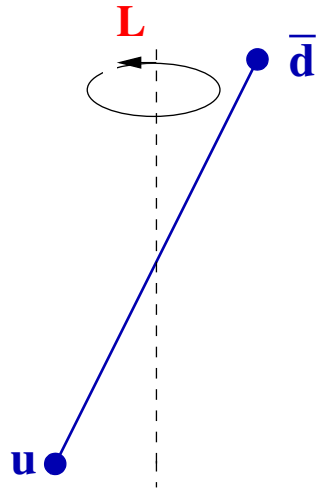
♣ Assim, para mésons $P = (-1)^{L+1}$

ex. píon

- $L = 0$
- $P = P(u\bar{d}) = -1$

$\Rightarrow J^P(\pi) = 0^-$

pseudoescalar



Conjugação de Carga

C: transforma partícula em sua antipartícula, deixando todas as outras variáveis dinâmicas intactas

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle$$
$$C|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$$
$$C|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle$$

- claramente $C^2 = 1$, $C^\dagger C = 1 \Rightarrow$ hermitiana
- Se um estado é descrito por $|A, \vec{p}, \vec{\sigma}\rangle$ onde A is é o conjunto de números quânticos aditivos (isospin, carga, estranheza, etc)
  - C deixa $\vec{p}, \vec{\sigma}$ invariantes
  - C troca o sinal dos números quânticos aditivos

$$C|A, \vec{p}, \vec{\sigma}\rangle = |\overline{A}, \vec{p}, \vec{\sigma}\rangle$$

Conjugação de Carga (cont.)

♣ Sistema invariante sob C $\Rightarrow [H, C] = 0$, C é um bom número quântico

♣ $B, Q, L, S, \ldots$ também conservados (comutam com H) mas em geral $BC \neq CB$

ex. $CB|p\rangle = C|p\rangle = |\bar{p}\rangle$

$BC|p\rangle = B|\bar{p}\rangle = -|\bar{p}\rangle$

$\rightsquigarrow$ para um estado ser autoestado de C é necessário ter $B = Q = L = S = \ldots = 0 \Rightarrow$ partícula = antipartícula

♣ Autoestados de C:

- fóton $C_\gamma = -1$
- mésons no centro de seus nonetos $C = (-1)^{L+S}$

$$\pi^0, \eta, \eta', \rho^0, \phi, \omega, J/\psi, \ldots$$

ex. $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \Rightarrow C(\pi^0) = +1$

$\pi^0 \not\rightarrow \gamma\gamma\gamma$

Apêndice I:
Seção de Choque, Tempo de Vida, Decaimentos

Width and Lifetime

★ **Decay Rate Γ :** desintegration probability per unit time

$$dN = -\Gamma N dt \quad \Rightarrow \quad N(t) = N(0)\mathrm{e}^{-\Gamma t}$$

★ **Mean Lifetime :** average lifetime of a particle in its rest frame

$$\tau = 1/\Gamma$$

If the decaying particle has n different decay modes:

ex.: $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$, $\pi^+ \to e^+\nu_e$, $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu\gamma$

Each mode has a partial width $\Gamma_i \Rightarrow \Gamma_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i$ and

$$\tau = 1/\Gamma_{\text{tot}}$$

★ **Branching ratio:**

$$\mathbf{BR} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{tot}}}$$

Scattering

Cross-Section

"Size of the target" $\Rightarrow$ effective cross-sectional area

A measure of the chance of success of the interaction

Each possible final state of a collision is characterized by a scattering cross-section σ_i

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum \sigma_i$$

ex:

$$e + p \rightarrow e + p$$
$$e + p \rightarrow e + p + \gamma$$
$$e + p \rightarrow e + p + \pi^0$$
$$e + p \rightarrow \nu_e + \Lambda$$

Scattering (cont.)

- If the incoming particle passes through an infinitesimal area $\mathrm{d}\sigma$ it will scatter into a corresponding angle $\mathrm{d}\Omega$. The larger $\mathrm{d}\sigma$, the larger $\mathrm{d}\Omega$
- Differential Cross-Section $D(\theta)$

$$\mathrm{d}\sigma = D(\theta)\mathrm{d}\Omega$$

- Luminosity $\mathcal{L}$: number of particles per unit time per unit area

$$dN = \mathcal{L}\, d\sigma = \mathcal{L}\ D(\theta)\ d\Omega$$

thus

$$D(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}}\frac{dN}{d\Omega}$$

Fermi's Golden Rule

We want to be able to calculate actual decay rates and cross-sections

Need to know:

- ♣ The physical amplitude $\mathcal{M}$ ⇒ dynamical info
- ♣ The phase space of the process ⇒ kinematical info

ex.:

$D^0 \to \pi^+ + \pi^-$ ⇒ big phase space since $m_D \gg 2m_\pi$

$n \to p\ e^- \bar{\nu}_e$ ⇒ tiny phase space since $m_n \sim m_p$

Fermi's Golden Rule

$$\text{transition rate} = \frac{2\pi}{\hbar}|\mathcal{M}|^2 \times \text{phase space}$$

Fermi's Golden Rule (cont.)

♣ For decays: $\mathbf{1 \rightarrow 2 + 3 + ... + \mathit{n}}$

$$d\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{2m_1}\left[\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2}\cdots\frac{d^3p_n}{(2\pi)^3 2E_n}\right](2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \ldots - p_n)$$

♣ For scattering: $\mathbf{1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + ... + \mathit{n}}$

$$d\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2(2\pi)^4\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - \ldots - p_n)}{4\sqrt{(p_1\cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}}\left[\frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3}\cdots\frac{d^3p_n}{(2\pi)^3 2E_n}\right]$$

ex.: $1 + 2 \to 3 + 4$

Let's calculate $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$

CM: $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 \Rightarrow p_1 \cdot p_2 = E_1 E_2 + |\vec{p}_1|^2$

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2} = (E_1 + E_2)|\vec{p}_1|$$

Thus

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)|\vec{p}_1|} \frac{\mathrm{d}^3 p_3}{E_3} \frac{\mathrm{d}^3 p_4}{E_4} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

steps:
- write E_3, E_4 in terms of $\vec{p}_3, \vec{p}_4$
- integrate in $\vec{p}_4$ using δ^3
- use $d^3 p_3 = p^2 \mathrm{d}p \mathrm{d}\Omega$ $(p \equiv |\vec{p}_3|)$
- substitute $E' = \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}$, $\mathrm{d}E' = \frac{E' p_3}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2}\sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} \mathrm{d}p$

We obtain

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{(8\pi)^2 s} \frac{|p_f|}{|p_i|} |\mathcal{M}|^2}$$

where $s = (E_1 + E_2)^2$ is the available energy^2 in the CM frame.

Apêndice II
QED e os Processos $e\mu \to e\mu$ e $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

Quantum Electrodynamics – QED

♣ A free electron with 4–momentum p^μ is described by a 4-component wave function (spinor) given by:

$$\psi = u(\vec{p})\mathrm{e}^{-ip\cdot x}$$

satisfying the Dirac equation $(\not{p} - m)\psi = 0$

♣ Classical EM: upon interaction with an EM potential $A^\mu = (A^0, \vec{A})$ replace $p^\mu \to p^\mu + eA^\mu$

♣ quantum prescription then gives

$$i\partial^\mu \to i\partial^\mu + eA^\mu$$

and the Dirac equation becomes

$$(\not{p} - m)\psi = \gamma^0 V\psi, \quad \gamma^0 V = -e\gamma^\mu A^\mu$$

QED (cont.)

♣ $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} \sim \frac{1}{137}$ is small $\Rightarrow$ treat potential as a perturbation

1^{st} order:

$$T_{fi} = -i \int d^4x \psi_f^\dagger(x) V(x) \psi_i(x) = ie \int d^4x \bar{\psi}_f \gamma_\mu A^\mu \psi_i$$

with $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma_o$. In terms of the EM current density

$$j_\mu^{fi} = -e\bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i = -e\bar{u}_f \gamma_\mu u_i e^{i(p_f - p_i)\cdot x}$$

we have

$$T_{fi} = -i \int j_\mu A^\mu d^4x$$

Giving interpretation: $A^\mu \rightarrow$ field generated by a source

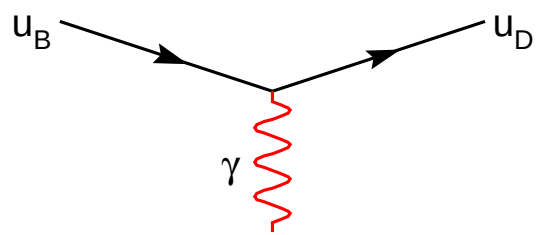
ex: a muon, in $e - \mu$ scattering

From Maxwell's equation: $\Box^2 A^\mu = j_{BD}^\mu$

with $j_{BD}^\mu = -e\bar{u}_D \gamma^\mu u_B e^{i(p_D - p_B)\cdot x}$

$\Box^2 e^{iq\cdot x} = -q^2 e^{iq\cdot x}$, thus

$A^\mu = -\frac{1}{q^2} j^\mu$ with $q \equiv p_D - p_B$



Calculating $e\mu$ scattering

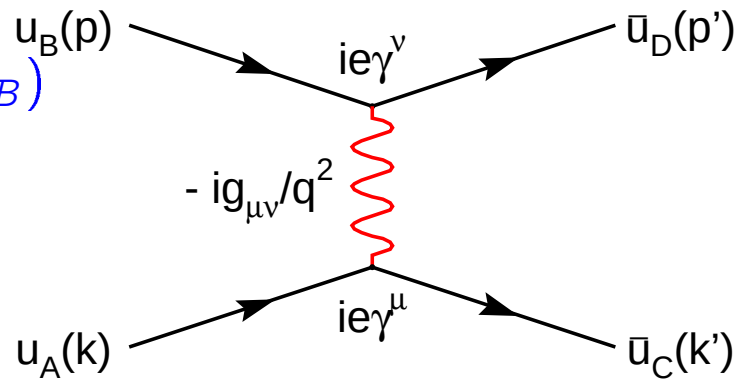
Let's calculate a $e\mu$ scattering explicitly. From before,

$$
\begin{aligned}
T_{fi} &= -i \int j_\mu^{\text{muon}} \left(-\tfrac{1}{q^2}\right) j_{\text{elec}}^{\mu} d^4x = \\
&= -i(-e\bar{u}_C\gamma_\mu u_A)\left(-\tfrac{1}{q^2}\right)(-e\bar{u}_D\gamma_\mu u_B)\int e^{i(p_C-p_A)\cdot x} e^{i(p_D-p_B)\cdot x} d^4x = \\
&= -i\underbrace{(-e\bar{u}_C\gamma_\mu u_A)\left(-\tfrac{1}{q^2}\right)(-e\bar{u}_D\gamma_\mu u_B)}_{\equiv\mathcal{M}}(2\pi)^4\delta^4(p_A+p_B-p_C-p_D)
\end{aligned}
$$

$$
-i\mathcal{M} = (ie\bar{u}_C\gamma_\mu u_A)\left(-\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2}\right)(ie\bar{u}_D\gamma_\nu u_B)
$$

$\downarrow$

photon propagator



$e\mu$ scattering (cont.)

In general we are interested in non–polarized cross-sections: average over initial spin states, sum over final spin states

$$\begin{aligned}\overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{1}{(2s_A+1)(2s_B+1)} \sum_{\text{spin states}} |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{e^4}{q^4}\, L^{\mu\nu}_{\text{elec}}\, L^{\text{muon}}_{\mu\nu}\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}L^{\mu\nu}_{\text{elec}} &= \sum_{\text{spin elec}} \left[\bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)\right] \left[\bar{u}(k')\gamma^\nu u(k)\right]^* \\ L^{\text{muon}}_{\mu\nu} &= \sum_{\text{spin muon}} \left[\bar{u}(p')\gamma_\mu u(p)\right] \left[\bar{u}(p')\gamma_\nu u(p)\right]^*\end{aligned}$$

$e\mu$ scattering (cont..)

steps:

- use $[\bar{u}(k')\gamma^\nu u(k)]^* = [\bar{u}(k)\gamma^\nu u(k')]$
- use completeness relations $\sum_{s'} \bar{u}_\alpha^{s'}(k') u_\delta^{s'}(k') = (\not{k} + m)_{\delta\alpha}$ to obtain

$$L^{\mu\nu}_{\text{elec}} = \tfrac{1}{2}\text{Tr}\left[(\not{k}' + m)\gamma^\mu(\not{k} + m)\gamma^\nu\right]$$

- use trace theorems for γ matrices to obtain

$$L^{\mu\nu}_{\text{elec}} = 2\left[k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k'\cdot k - m^2)g^{\mu\nu}\right]$$

- analogously for $L^{\text{muon}}_{\mu\nu}$
- Finally calculate $L^{\mu\nu}_{\text{elec}} L^{\text{muon}}_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned}\overline{|\mathcal{M}|^2} &= \tfrac{8e^4}{q^4}\left[(k'\cdot p')(k\cdot p) + (k'\cdot p)(k\cdot p')\right. \\ &- \left. m^2(p'\cdot p) - M^2(k'\cdot k) + 2m^2M^2\right]\end{aligned}$$

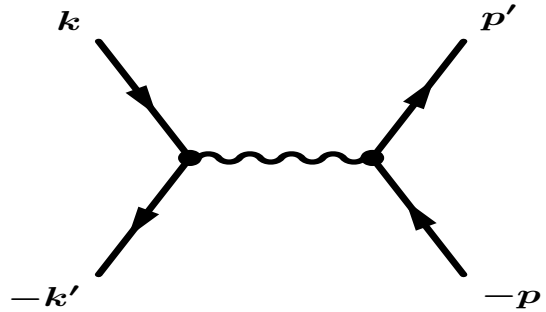
$e\mu$ scattering (cont...)

- Introduce Mandelstam variables:
$$s \equiv (k+p)^2, \quad t \equiv (k-k')^2, \quad u \equiv (k-p')^2$$
- ultrarelativistic limit: neglect m, M
$$s \approx 2k' \cdot p', \quad t \approx -2p \cdot p', \quad u \approx -2k' \cdot p$$
- Thus

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{8e^4}{q^4}\left[(k' \cdot p')(k \cdot p) + (k' \cdot p)(k \cdot p')\right] \\ &= 2e^4 \, \frac{s^2+u^2}{t^2} \end{aligned}$$

Crossing: $e^+e^- \to \mu^-\mu^+$

♣ From $e\mu$ scattering it is easy to obtain $e^+e^- \to \mu^-\mu^+$ from crossing



$$\mathcal{M}_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}(k,k',p,p') = \mathcal{M}_{e^-\mu^-\to e^-\mu^-}(k,-p,-k',p')$$

just change $k' \leftrightarrow -p$ $(t \leftrightarrow s)$ in the previous result:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 2e^4\ \frac{t^2+u^2}{s^2} = 2e^4\ \left[\tfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta)\right]$$

where the last equality is obtained by getting s, t, u in the CM frame, with θ the scattering angle

$e^+e^- \to \mu^-\mu^+$ (cont.)

- Recalling the expression for differential cross–section

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\rm CM} = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p_f}{p_i}\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{64\pi^2 s}2e^4 \left[(1+\cos^2\theta)\right]$$

we finally get for the total cross-section

$$\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$