Microcosmo: o Surpreendente Mundo das Partículas Elementares

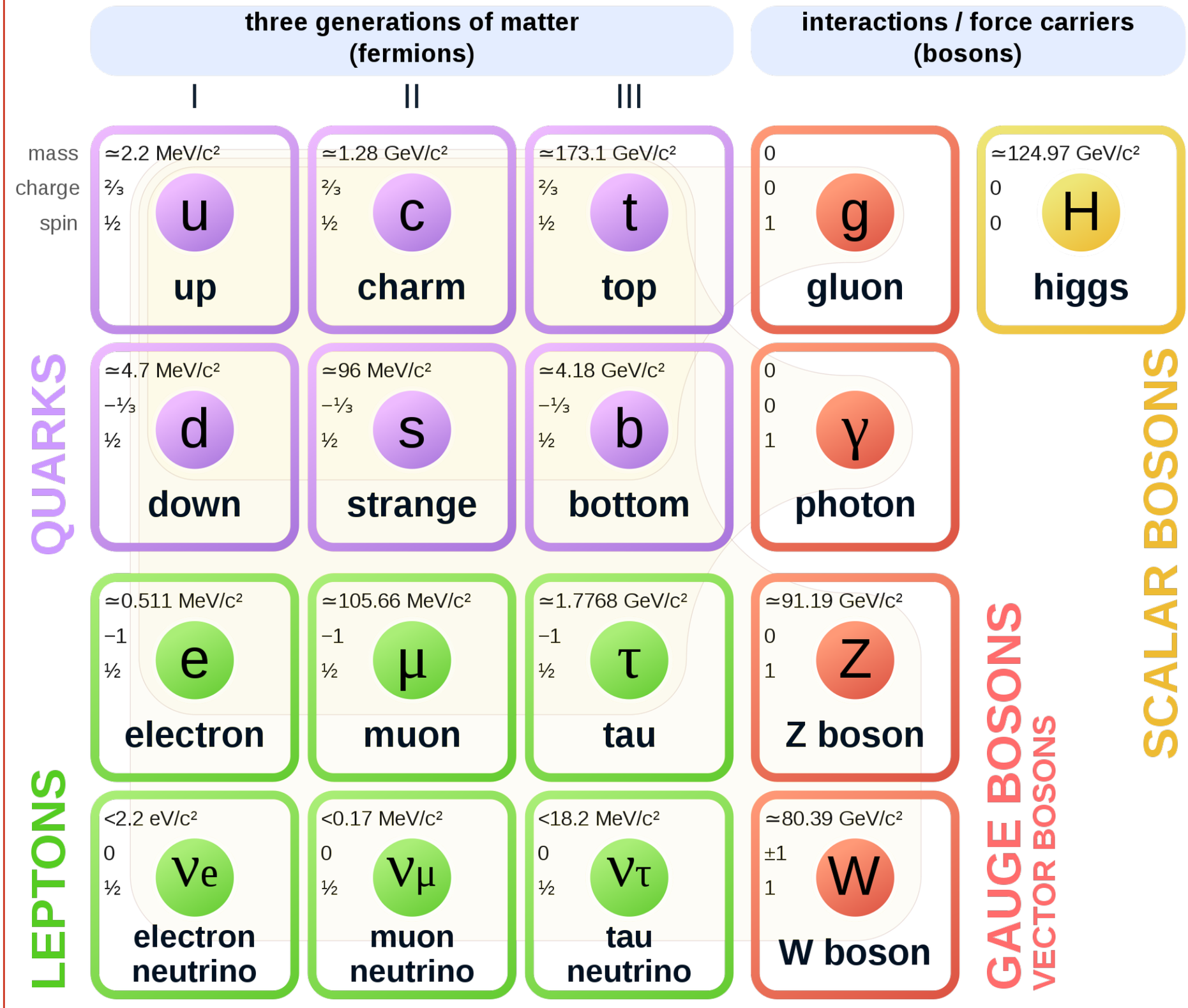
Aula 2

Algumas noções fundamentais

Alberto Reis



Standard Model of Elementary Particles



O que hoje chamamos de "partículas elementares" são estruturas cujas dimensões são inferiores a **0,000.000.000.000.000.000.1 m**.

átomos: ~ 0,000.000.000.1 m

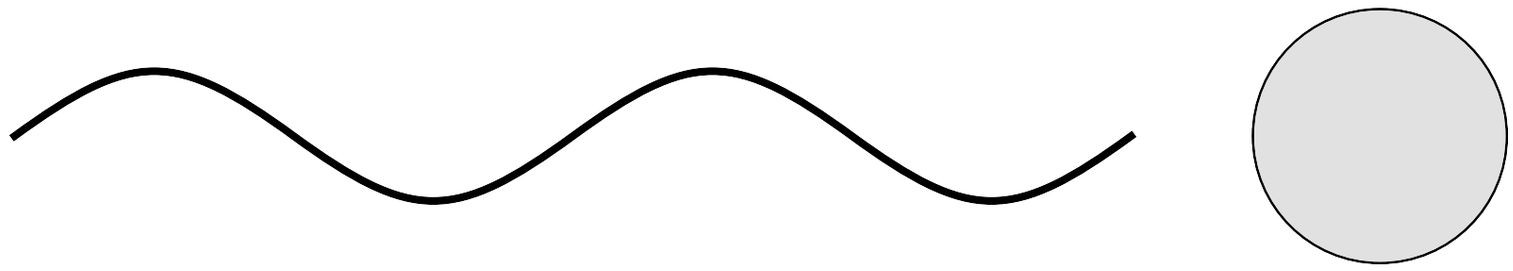
núcleos: ~ 0,000.000.000.000.01 m

prótons: ~ 0,000.000.000.000.001 m

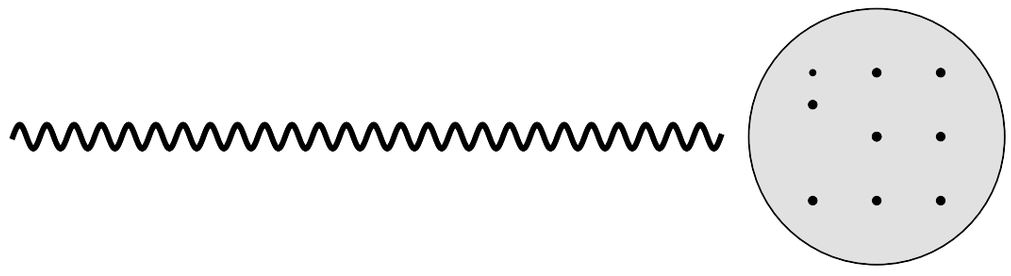
quarks/leptons: < 0,000.000.000.000.000.000.1 m (10^{-19} m)

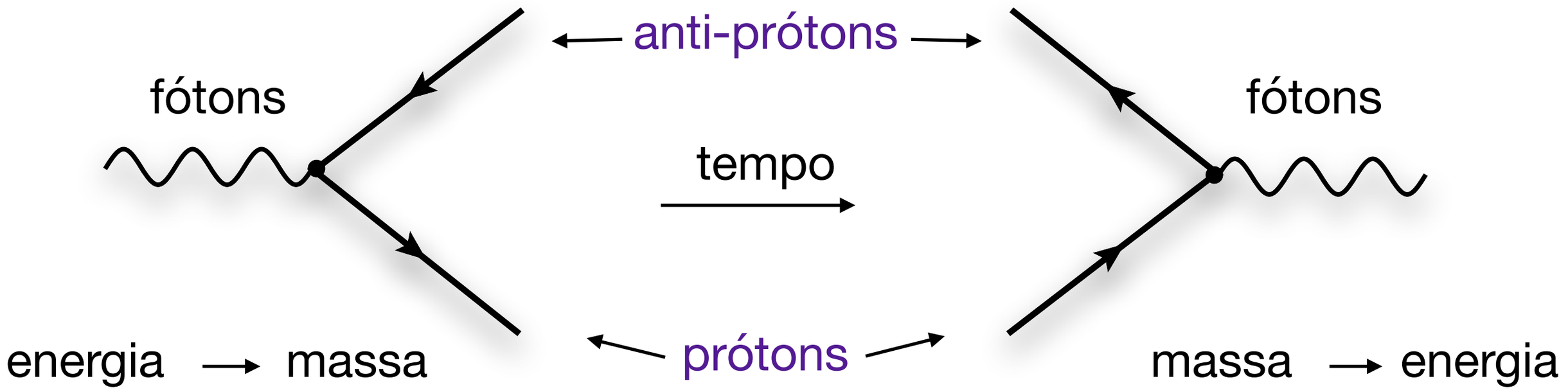
Que estruturas encontraremos em 10^{-22} ou 10^{-25} m?

ponta de prova de baixa energia



ponta de prova de alta energia (LHC)





Cada partícula tem uma "imagem refletida":
a antipartícula, com a mesma massa, *spin,* mas com cargas invertidas.

elétron (carga elétrica -1) ⟶ anti-elétron (ou pósitron, carga elétrica +1)

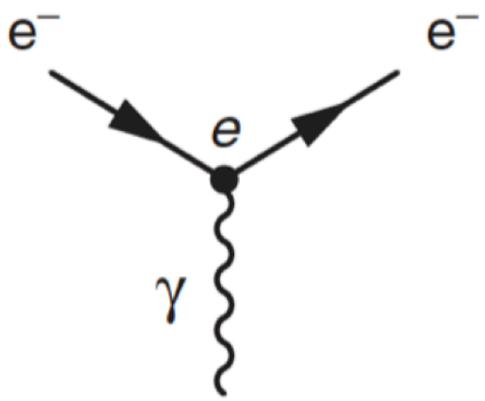
próton (carga elétrica +1) ⟶ anti-próton (carga elétrica -1)

nêutron (carga elétrica 0) ⟶ anti-nêutron (carga elétrica 0)

Anti-átomos são formados por anti-prótons, anti-nêutrons e pósitrons.
A antimatéria é formada por anti-átomos, com idênticas propriedades químicas e propriedades físicas QUASE idênticas.

As interações fundamentais

Eletromagnetismo

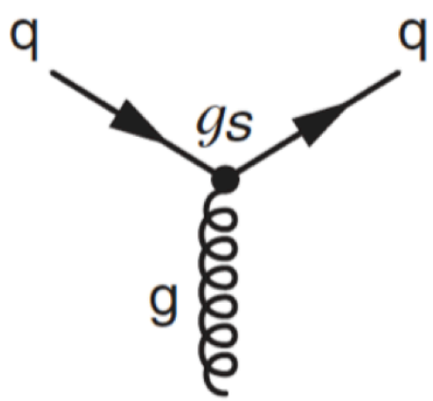


$\alpha \approx 1/137$

Todas as partículas carregadas.

Nunca troca sabor

Interação forte

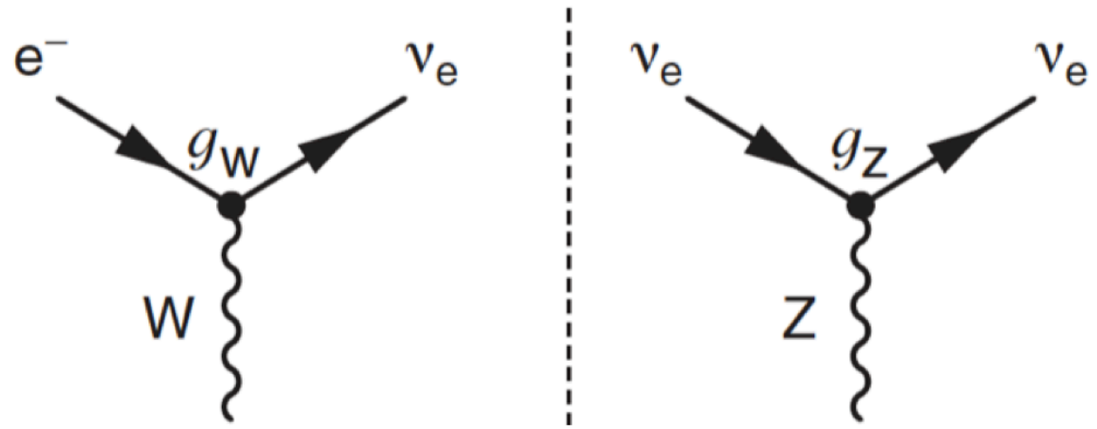


$\alpha_s \approx 1$

Apenas os quarks.

Nunca troca sabor

Interação fraca



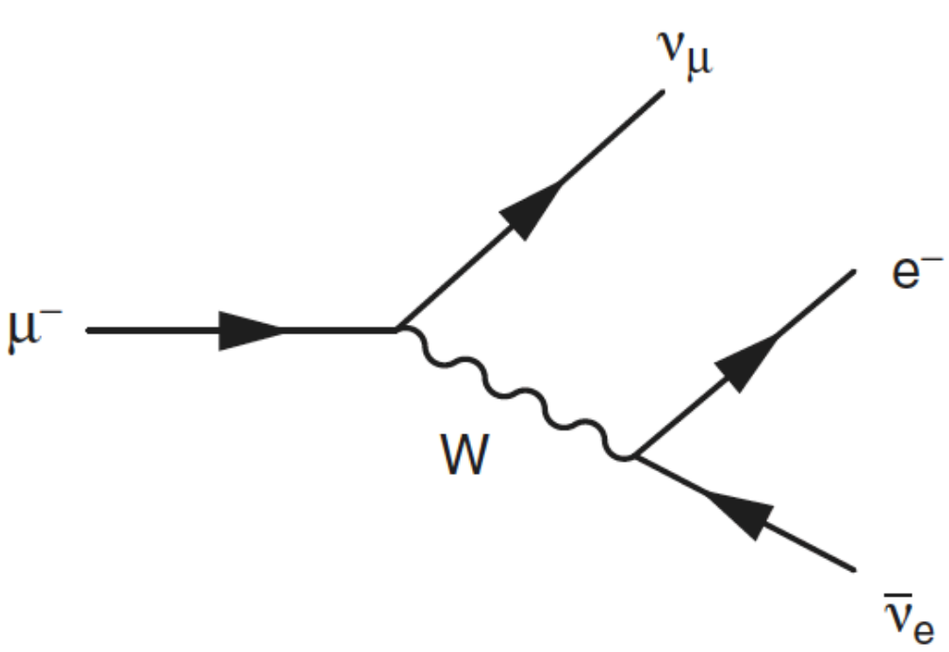
$\alpha_W \approx 1/30$

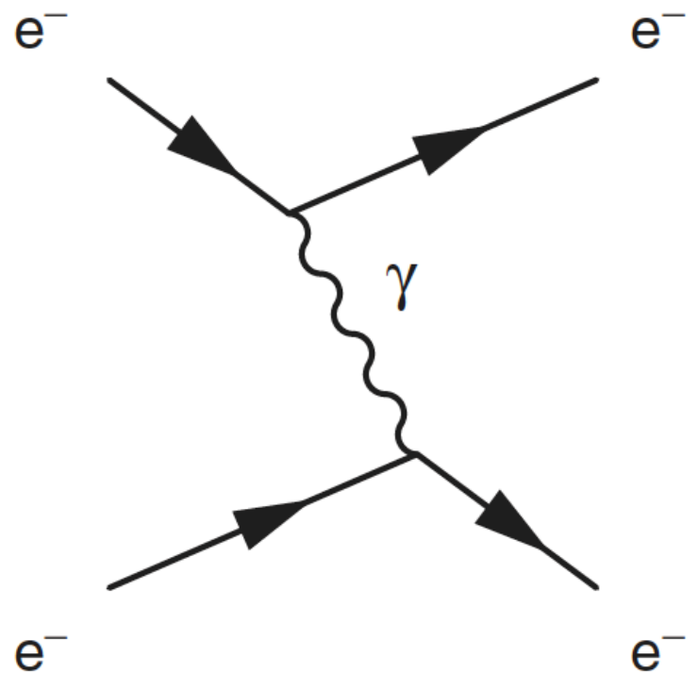
Todos os fermions.

Sempre troca sabor

Nunca troca sabor

Taxas de decaimento e seções de choque de espalhamento podem ser calculadas com precisão usando a Teoria de Perturbações, válida quando a constante de acoplamento é suficientemente pequena.





A Teoria de Perturbação só pode ser utilizada para partículas elementares assintóticas. Não pode ser utilizada em processos como o decaimento de hadrons.

No eletromagnetismo há apenas um tipo de carga, $\pm e$

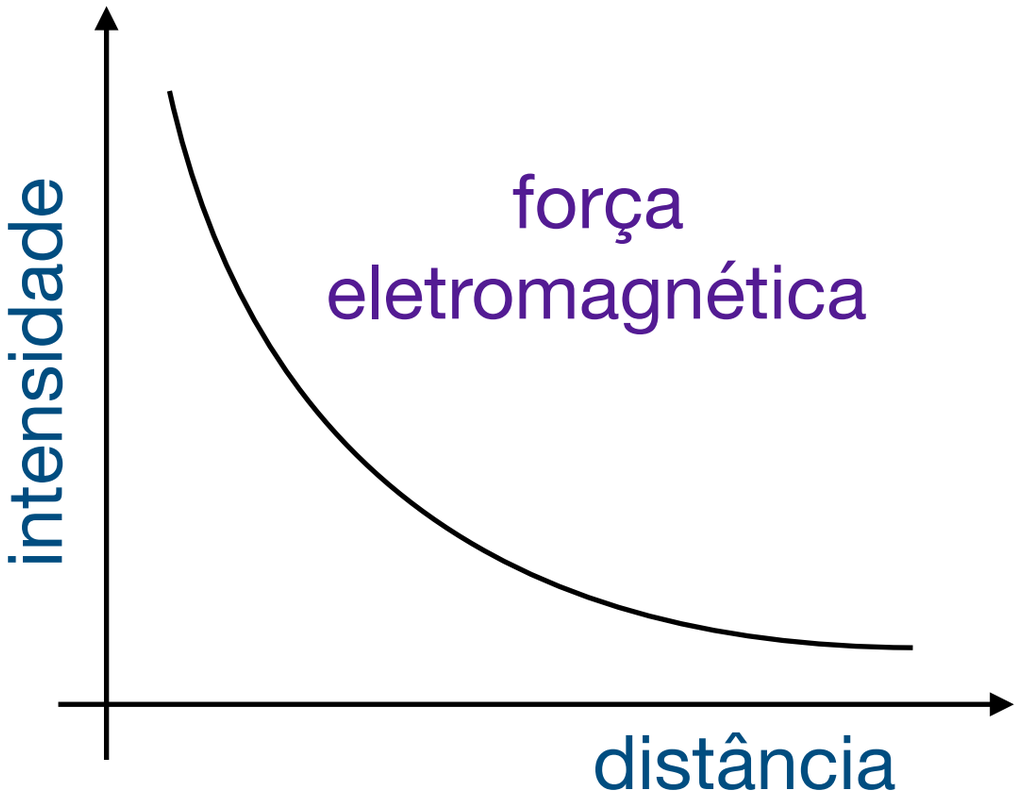
Na interação forte há três tipos de carga "forte", ou "cor": R, B, G

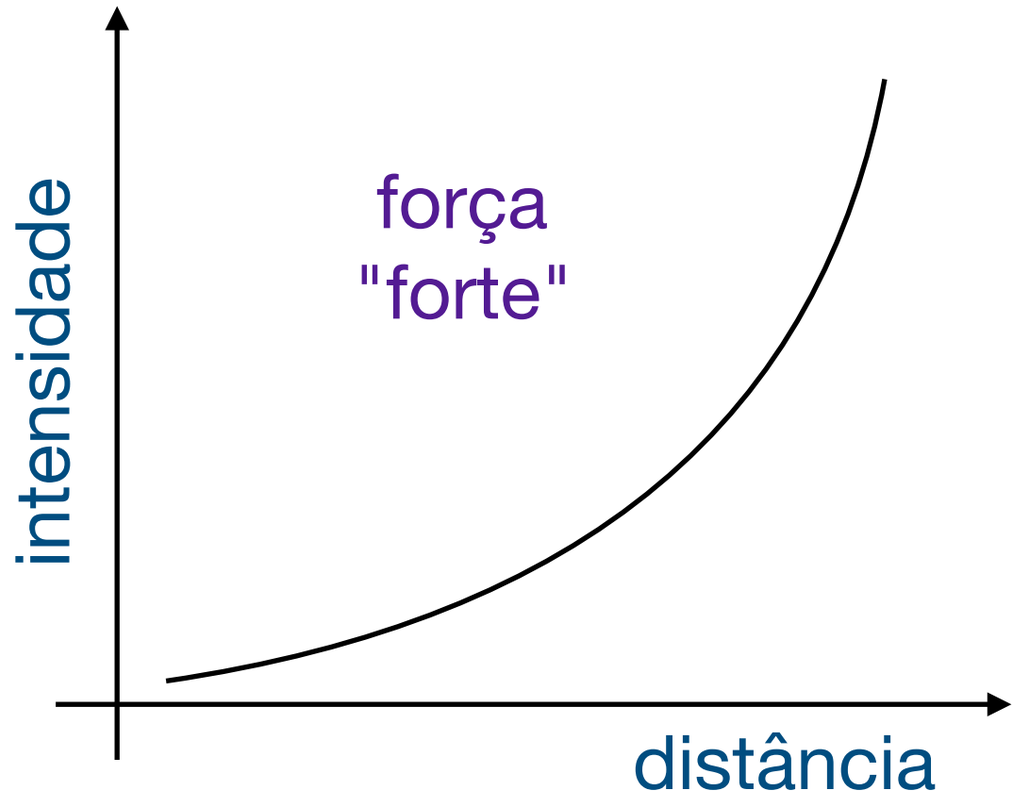
Elétrons: sempre a mesma carga elétrica, $e = 1,602 \times 10^{-19}$ Coulombs

Quarks podem ter carga R, B ou G

Elétrons são observados rotineiramente.

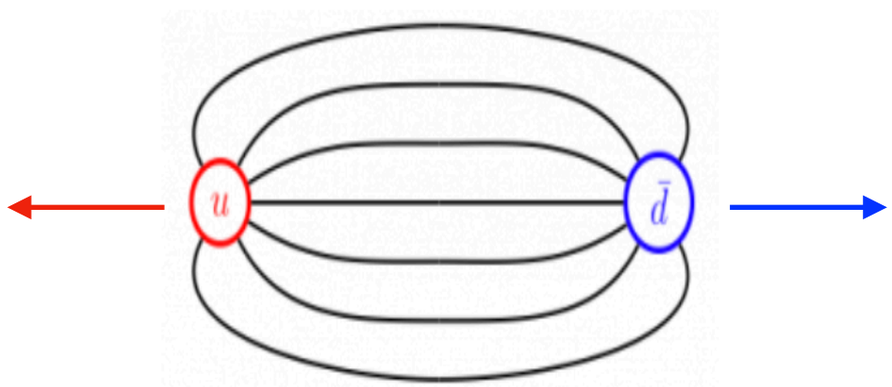
Quarks nunca são observados isoladamente.



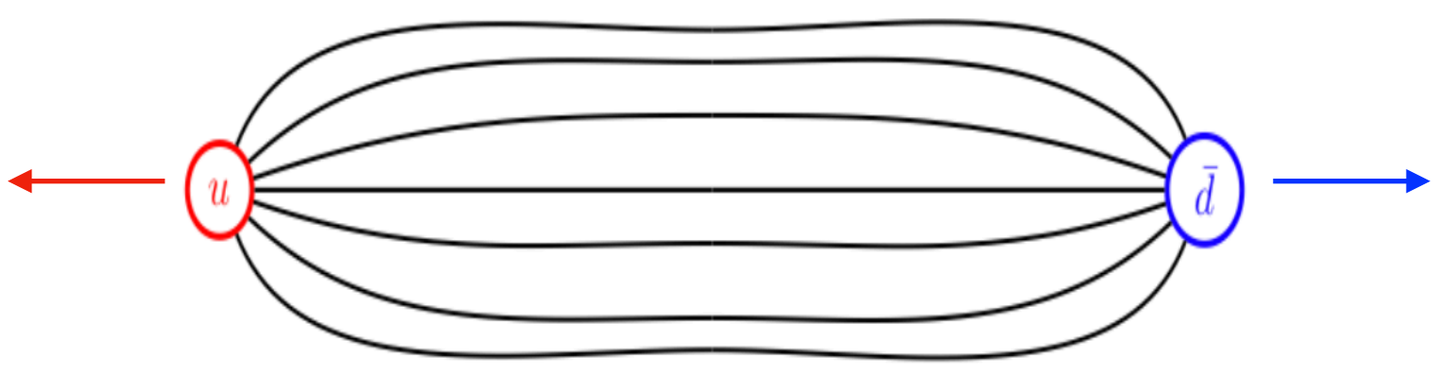


Os quarks e gluons estão confinados dentro dos **hadrons** — mesons, barions, tetraquarks, pentaquarks, glueballs, estados moleculares, etc.

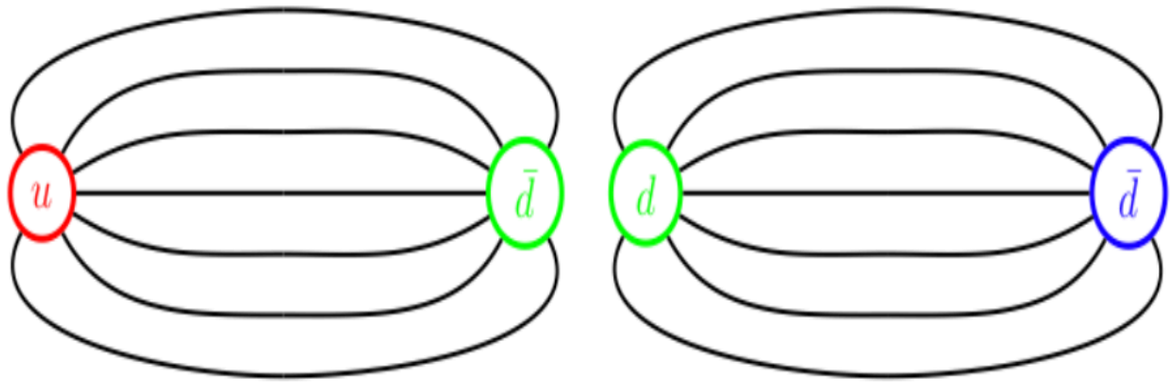
A intensidade da interação entre dois quarks aumenta com a distância entre eles.



Um "tubo de cor" é formado e se rompe quando a distância aumenta.



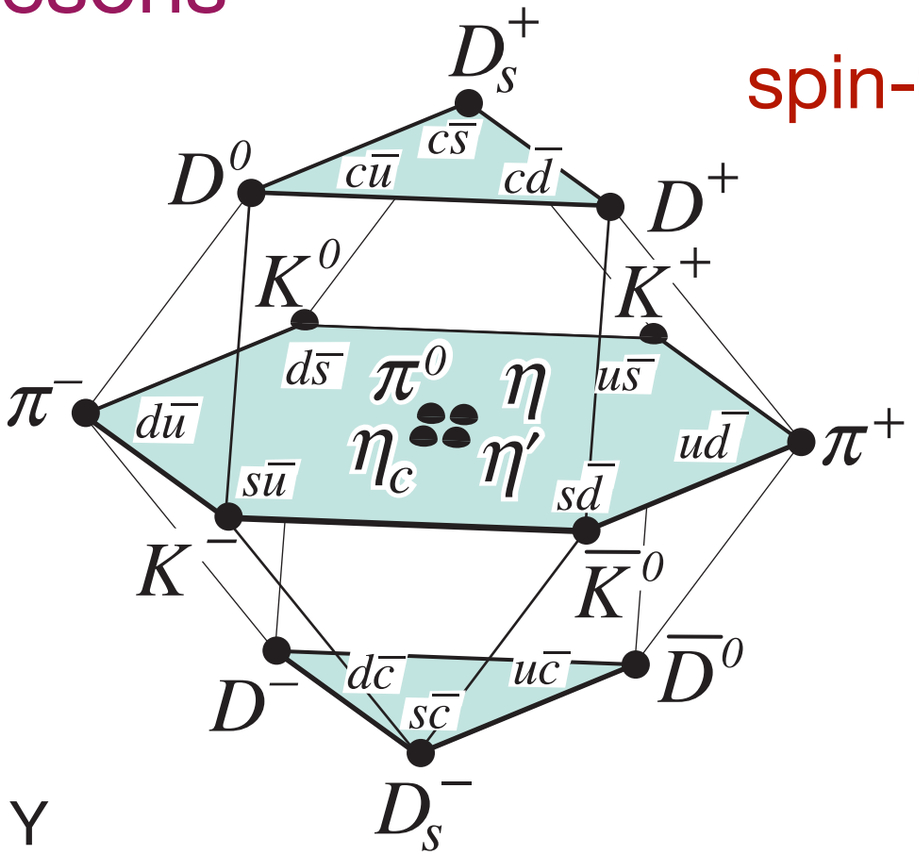
Os hadrons, formados quando o "tubo de cor" se rompe, são sempre estados "brancos".



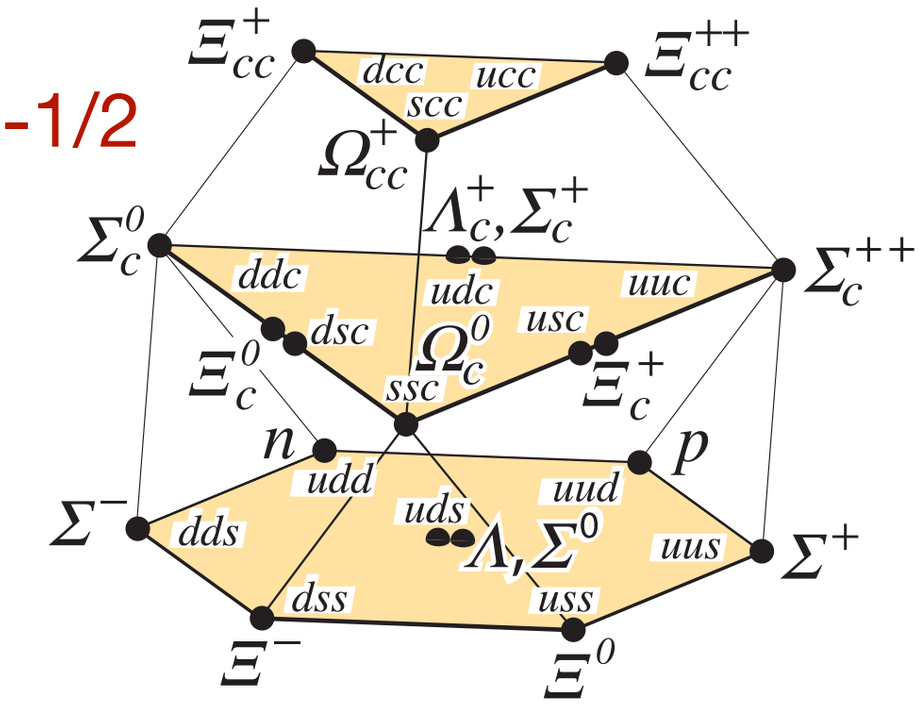
mesons

barions

spin-0



spin-1/2

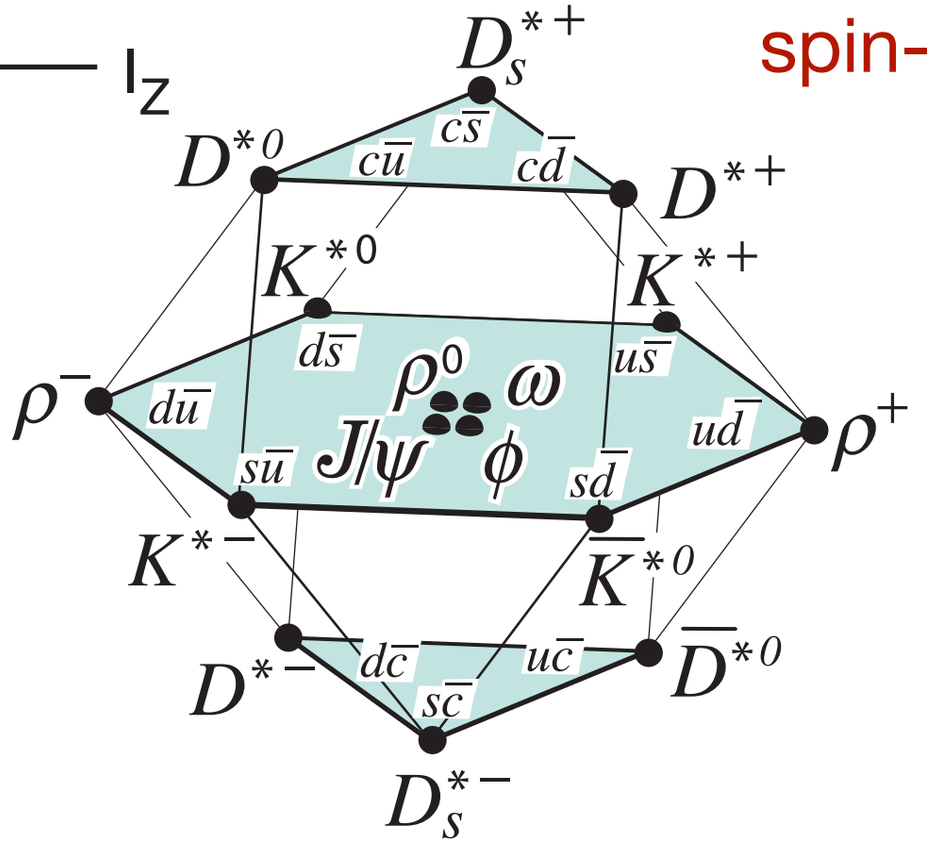


C

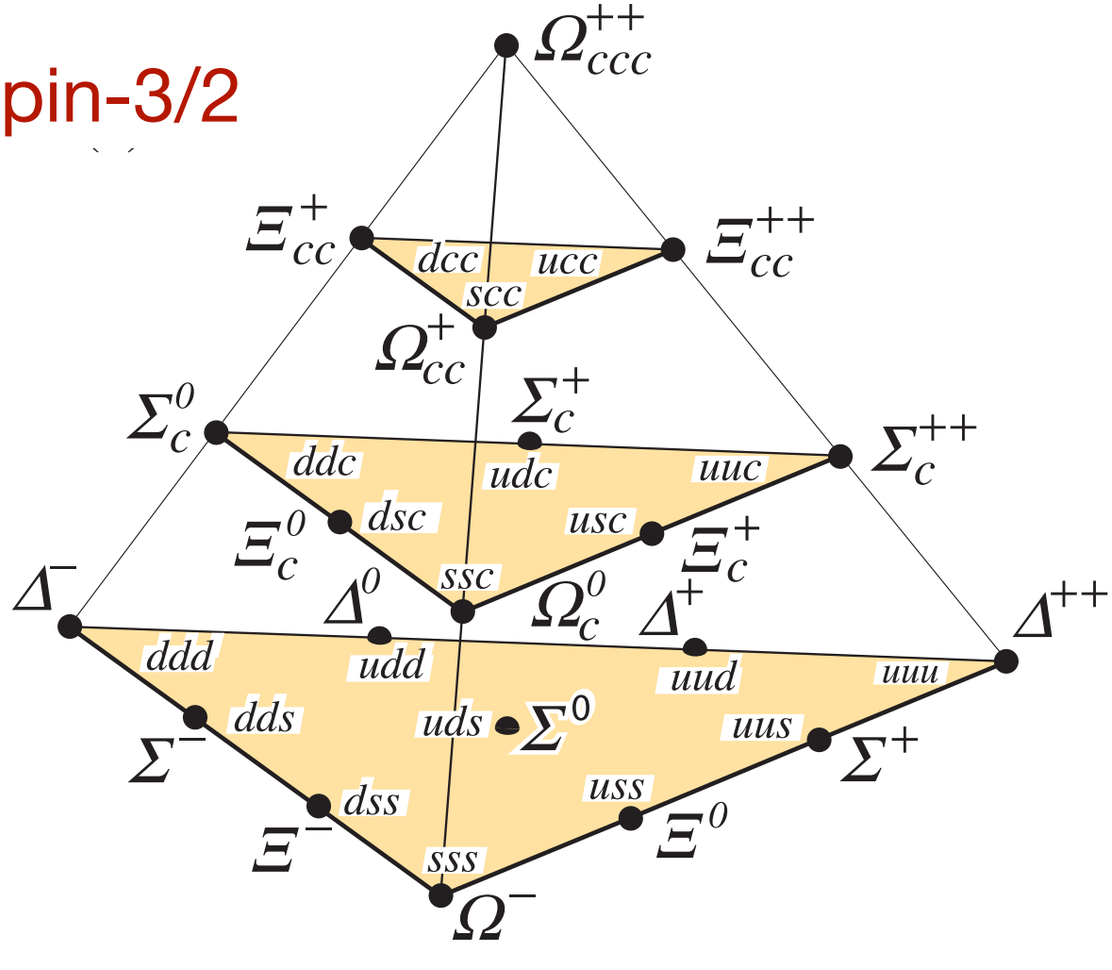
Y

I_Z

spin-1

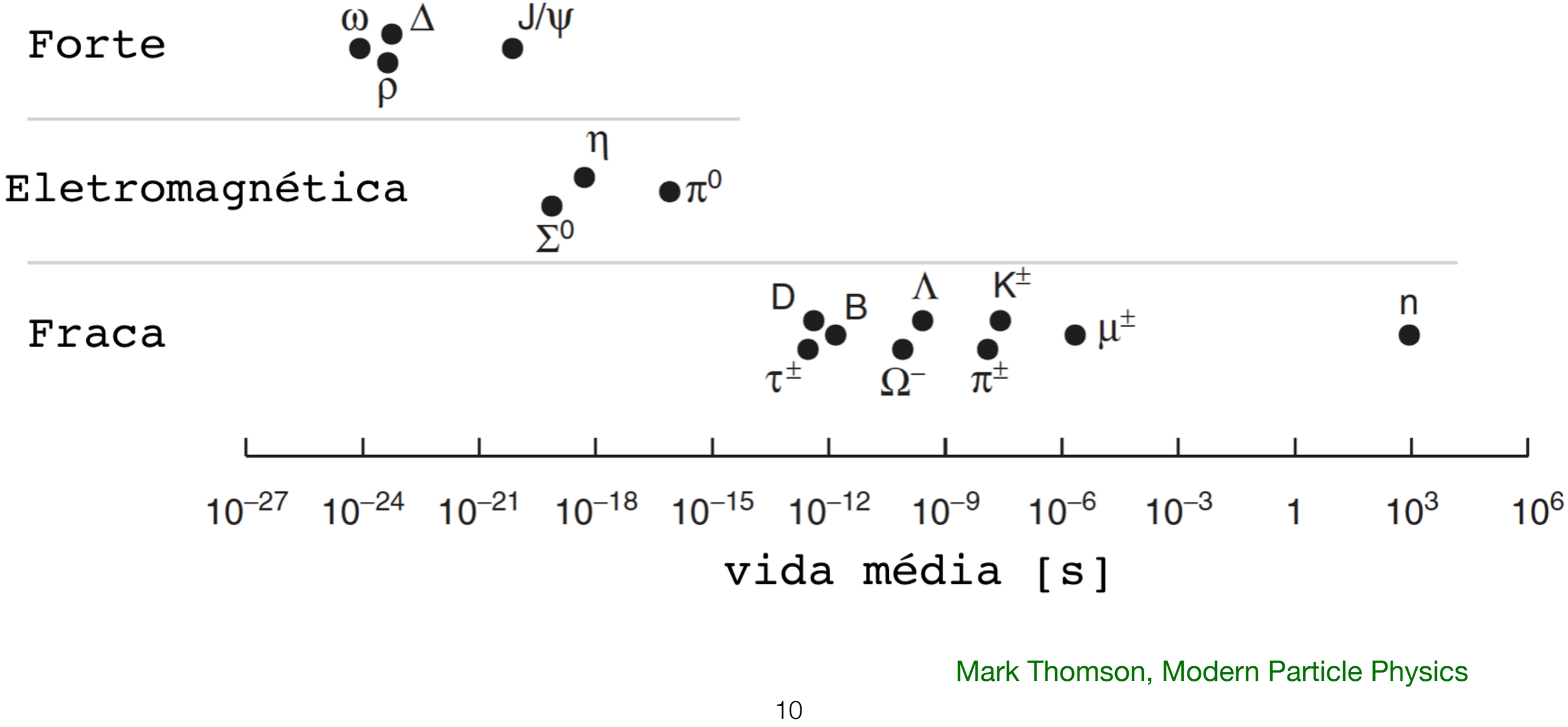


spin-3/2



Com exceção de prótons e elétrons, todas as partículas, elementares ou compostas, decaem em outras mais leves.

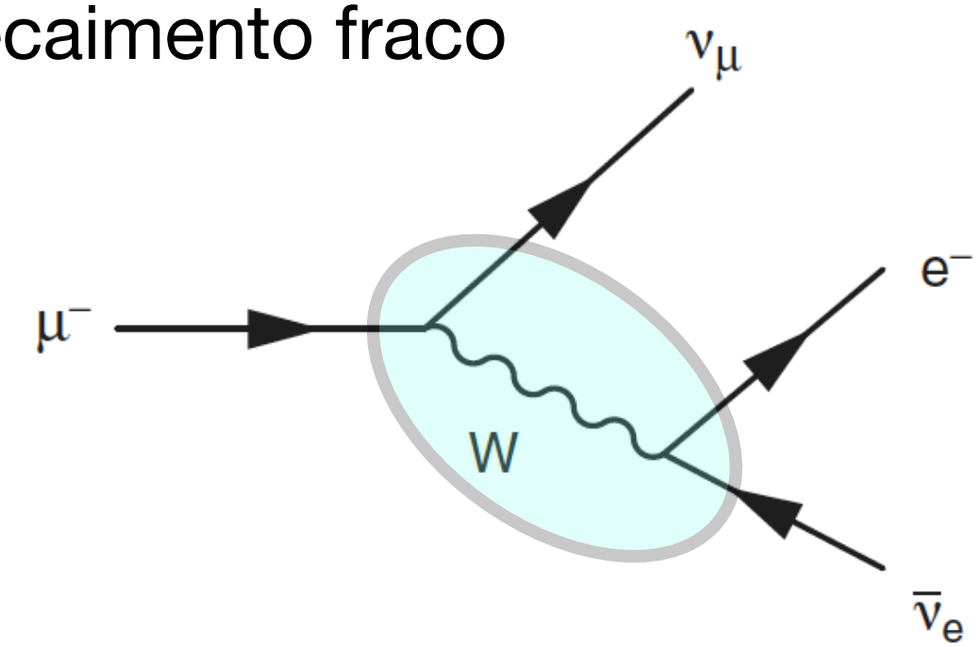
A vida média é determinada pela interação responsável pelo decaimento. Quanto mais intensa a interação, menor a vida média.



Mark Thomson, Modern Particle Physics

Quanto maior o acoplamento,
maior a taxa de decaimento,
menor a vida-média.

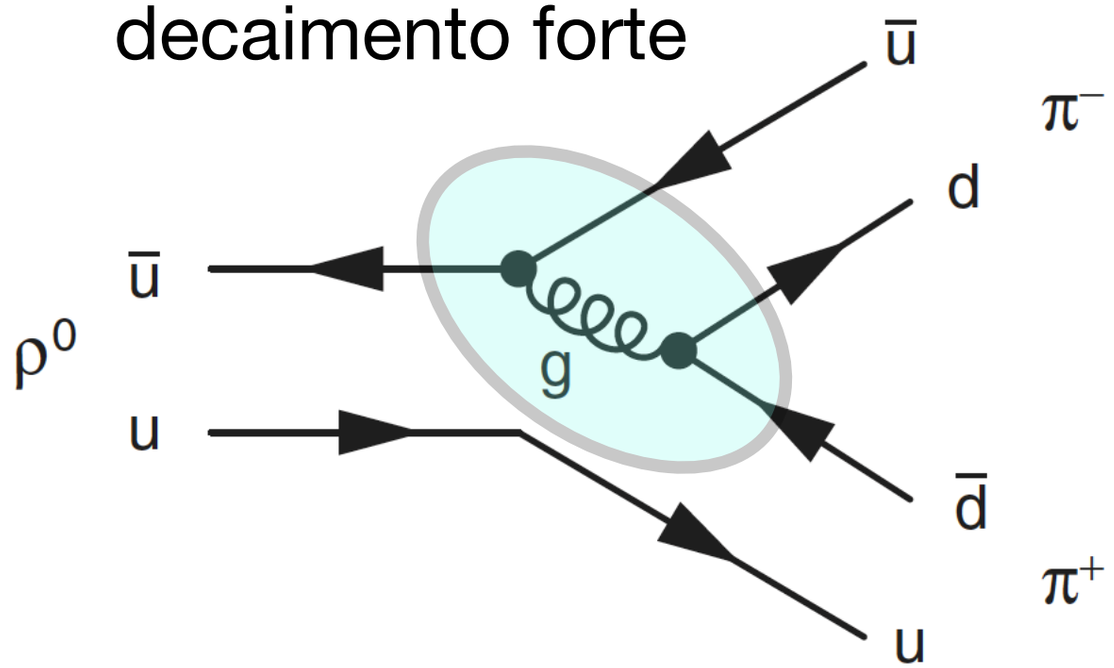
decaimento fraco



$$\mu^- \rightarrow e^- \overline{\nu}_e \nu_\mu$$

acoplamento fraco,
vida-média longa.

decaimento forte



$$\rho(770)^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

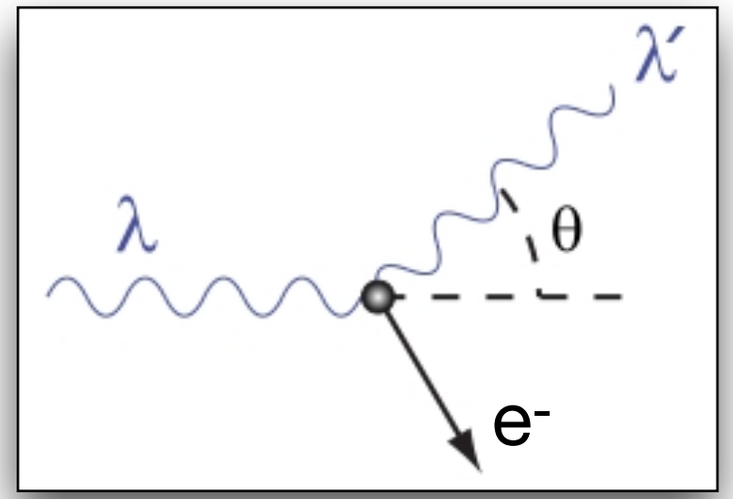
acoplamento forte,
vida-média curta.

Mecânica Quântica

Dualidade onda-partícula

O espalhamento Compton e o efeito fotoelétrico são dois exemplos de comportamento corpuscular da luz: fótons.

No espalhamento Compton um fóton de comprimento de onda λ colide com um elétron atômico. O átomo é ionizado e o fóton tem comprimento de onda final λ'.



A energia de um fóton é dada pela relação de Planck-Einstein: $E = h\nu, \qquad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Um feixe de elétrons de comporta como ondas ao atravessar uma rede cristalina. De Broglie propôs a relação entre o momento e o comprimento da onda associada ao movimento do elétron:

Quanto maior o momentum, menor o comprimento de onda, maior a resolução espacial.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Equação de Schrödinger

A equação de Schrödinger descreve a propagação de uma partícula não relativista e sem *spin*:

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad \rightarrow$$

$$E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$p \rightarrow -i\hbar\nabla = -i\hbar\frac{\partial}{\partial \vec{r}}$$

constante de Plank

$$\left(\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t) = \left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r},t)\right]\psi(\vec{r},t)$$

As soluções da eq. de Schrödinger são as funções de onda, que contém toda a informação sobre a partícula.

Uma quantidade observável (energia ou momentum, por ex.) corresponde à ação de um **operador** sobre a função de onda.

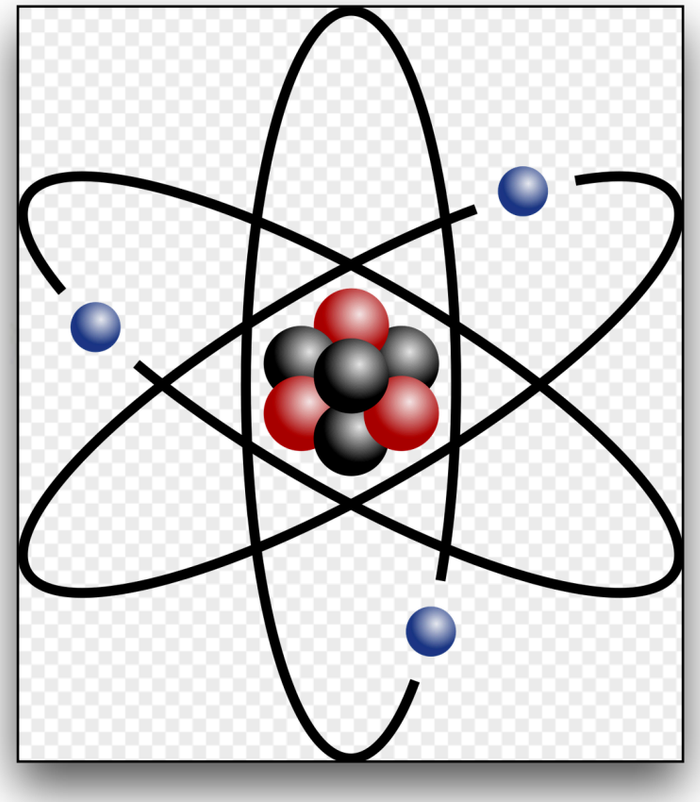
operador

$$\hat{A}\psi = a\psi$$

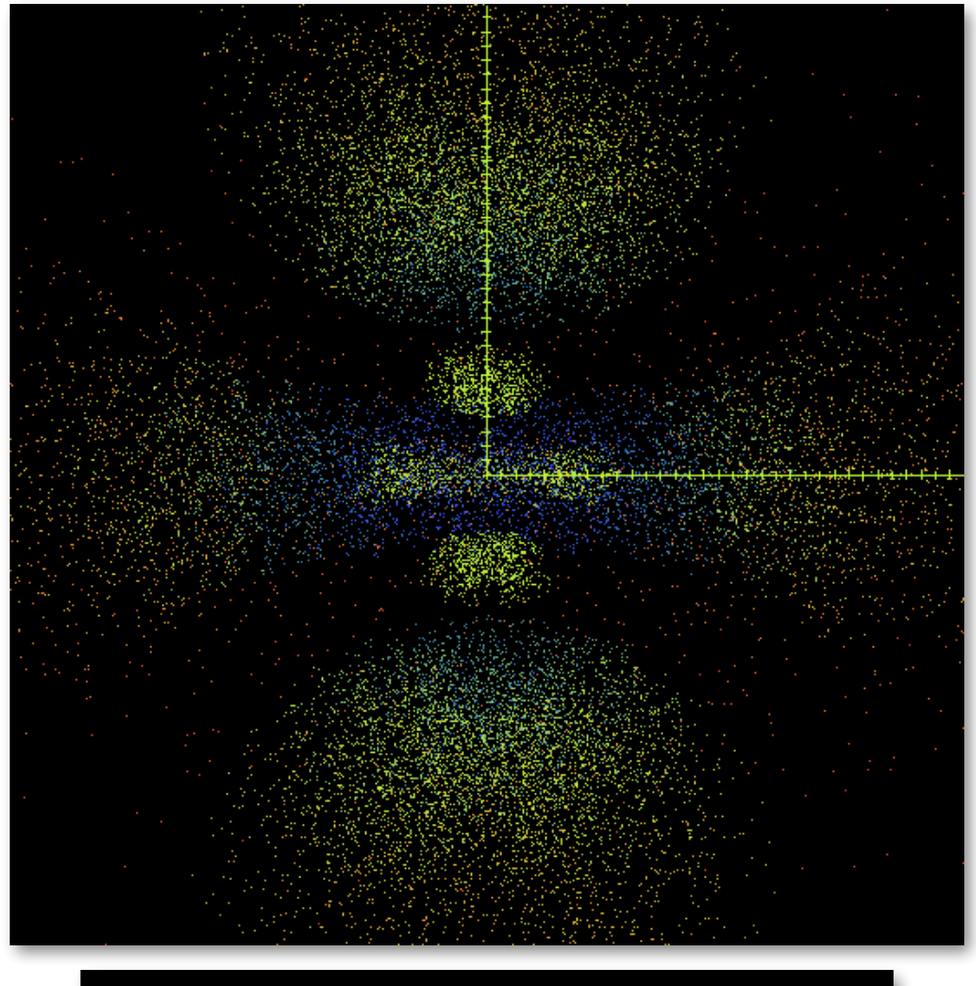
autovalor

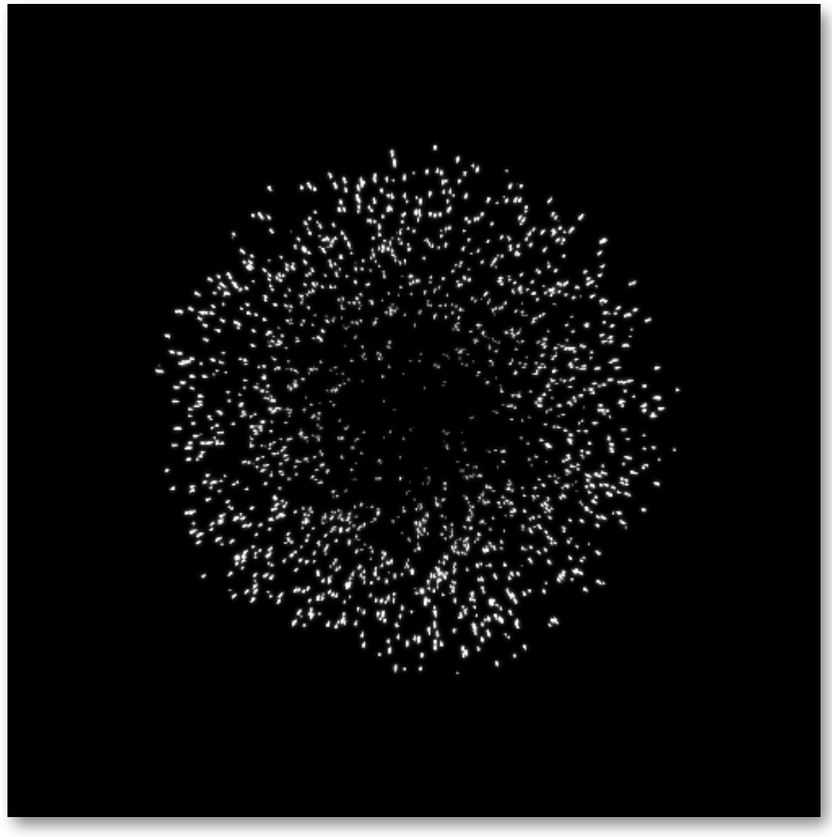
A Mecânica Quântica:

o modelo "planetário" do átomo
foi substituído pelos orbitais atômicos



https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Rainer_Klute



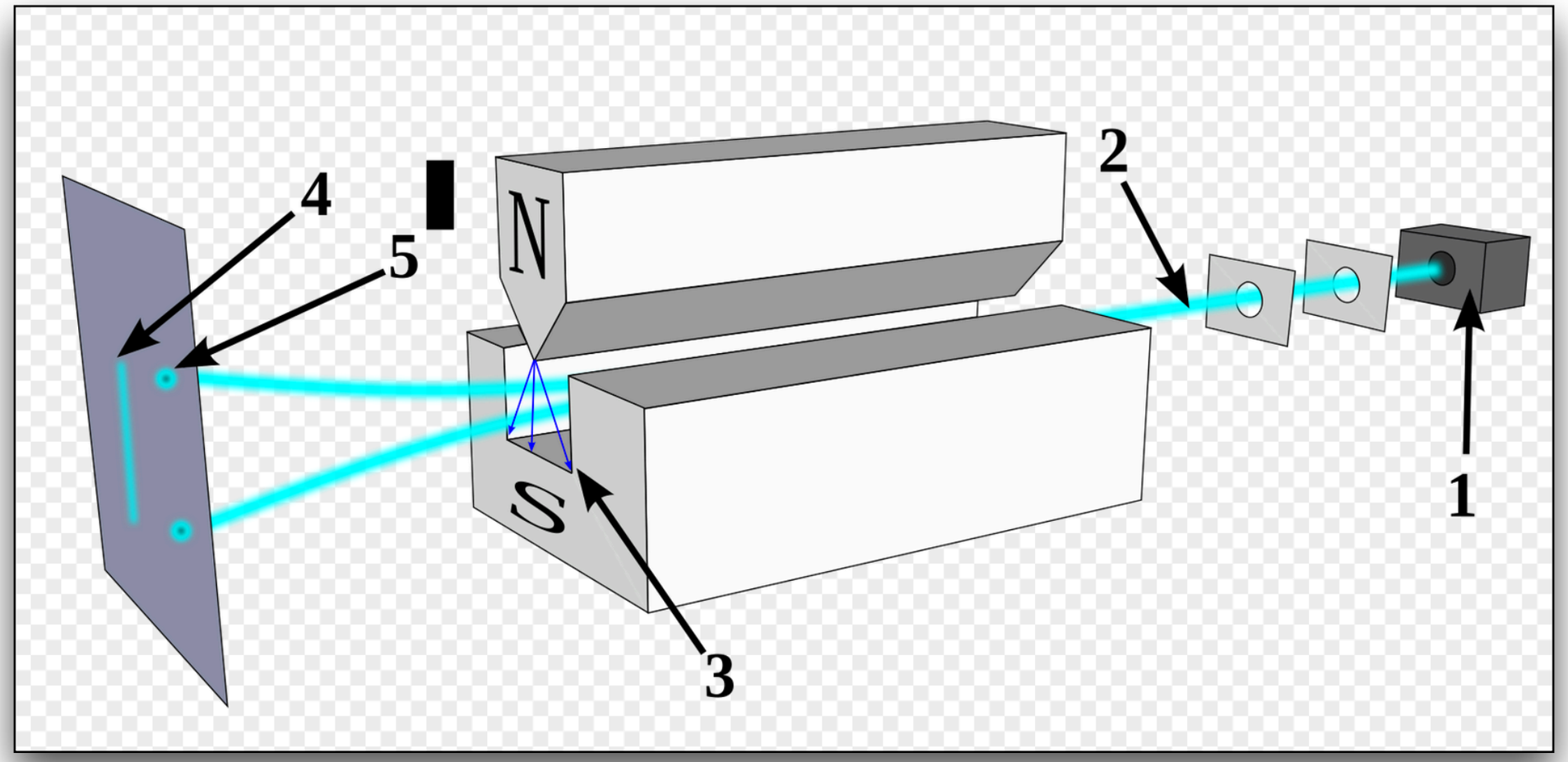


É impossível seguir a trajetória de um
elétron dentro de um átomo!

http://homepages.gac.edu/~huber/chromatek/atomic.htm

Spin

O experimento de Stern-Gerlach



Tatoute, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=34095239

Átomos de prata (apenas um elétron na última camada) são evaporados (1), formando um feixe (2) que atravessa um campo magnético não-homogêneo (3).

Os átomos atravessariam o campo magnético sem sofrer deflexão (4), caso o elétron não tivesse o spin.

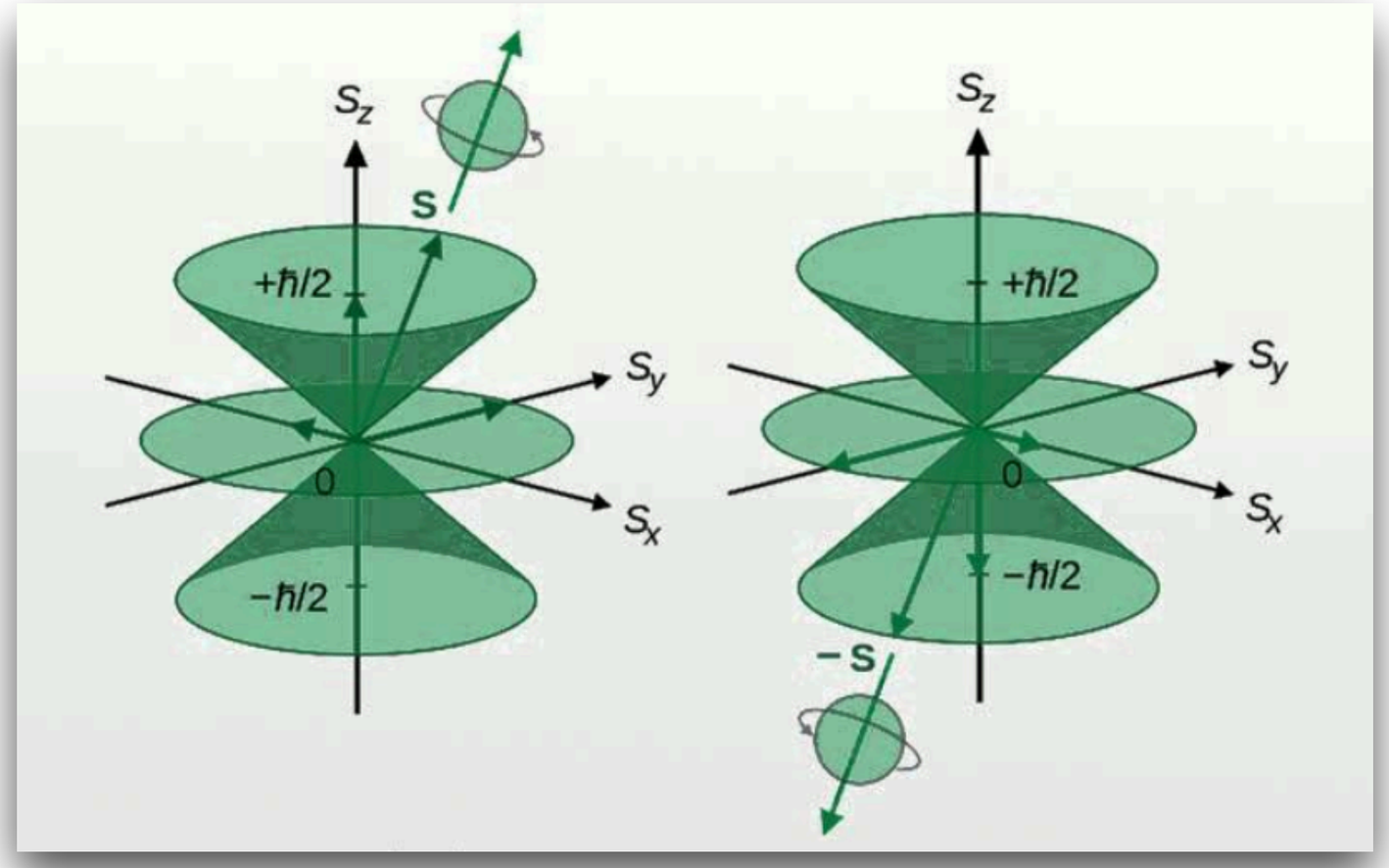
O experimento de Stern-Gerlach mostrou que elétrons possuem momento de dipolo magnético intrínseco, como minúsculos ímãs.

$$\vec{\mu}_S = g\frac{e}{2m}\vec{S}$$ (momento angular intrínseco ou ***spin***)

O experimento mostrou também que o spin do elétron é quantizado, com apenas dois estados possíveis.

$$S_z|\psi_e\rangle = +\frac{1}{2}|\psi_e\rangle$$

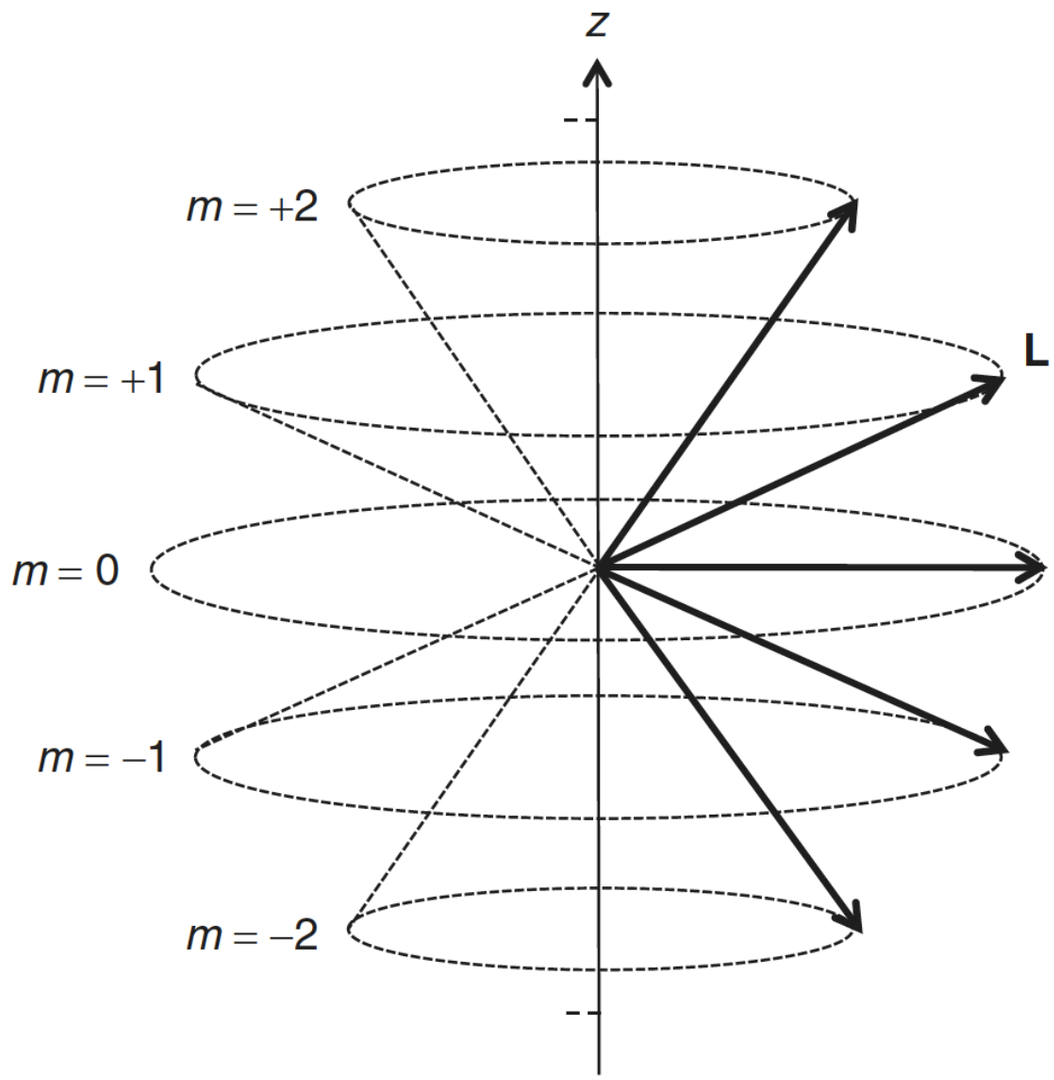
$$S_z|\psi_e\rangle = -\frac{1}{2}|\psi_e\rangle$$



Representação pictórica dos estados de spin de uma partícula de spin-2.

É possível medir apenas o spin total e a sua projeção em um dos eixos (z, por ex).

A projeção do vetor spin nos demais eixos fica indeterminada.



Fermions e bosons:

fermions $\longrightarrow \left(\frac{1}{2}\hbar,\ \frac{3}{2}\hbar,\ \ldots\right)$

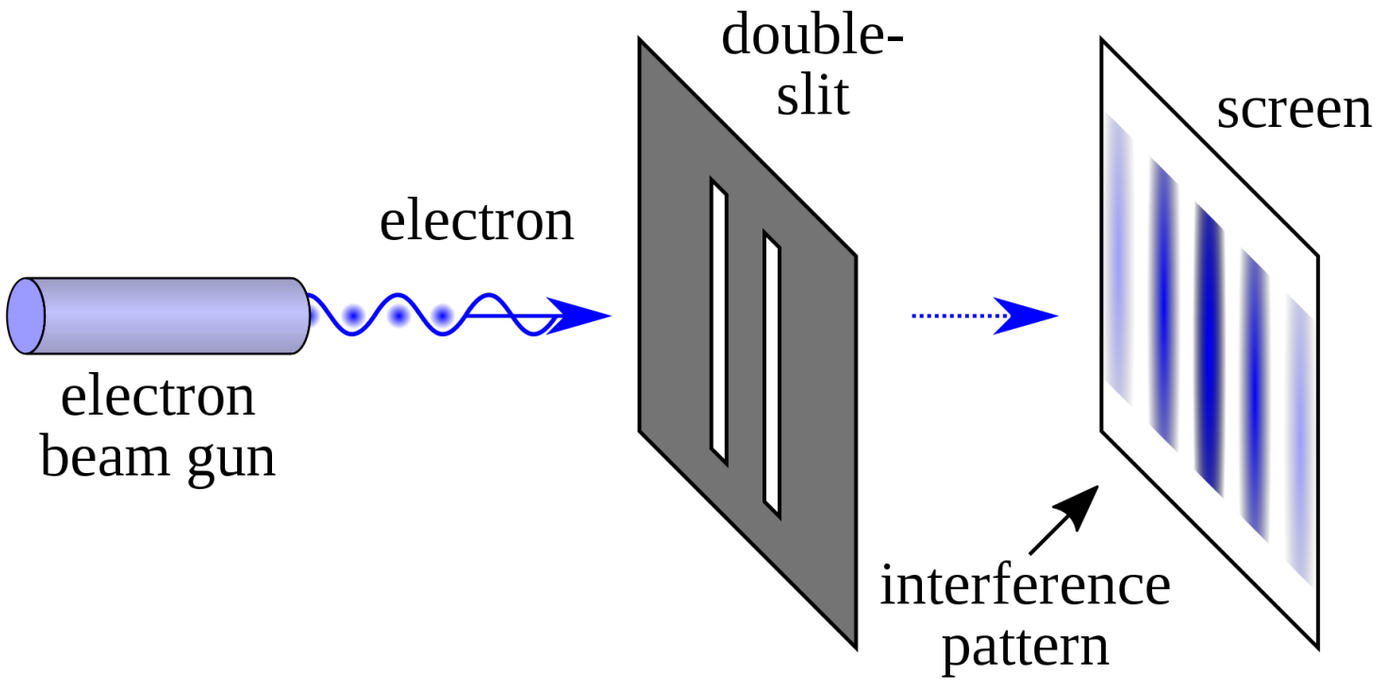
bosons $\longrightarrow (0,\ \hbar,\ 2\hbar,\ \ldots)$

Princípio de exclusão de Pauli:

dois fermions idênticos não podem ocupar o mesmo estado quântico simultaneamente.

Princípio de Incerteza

O Princípio de Incerteza traduz uma limitação inevitável da capacidade de se obter informações sobre o estado de qualquer sistema quântico.



https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=61496401

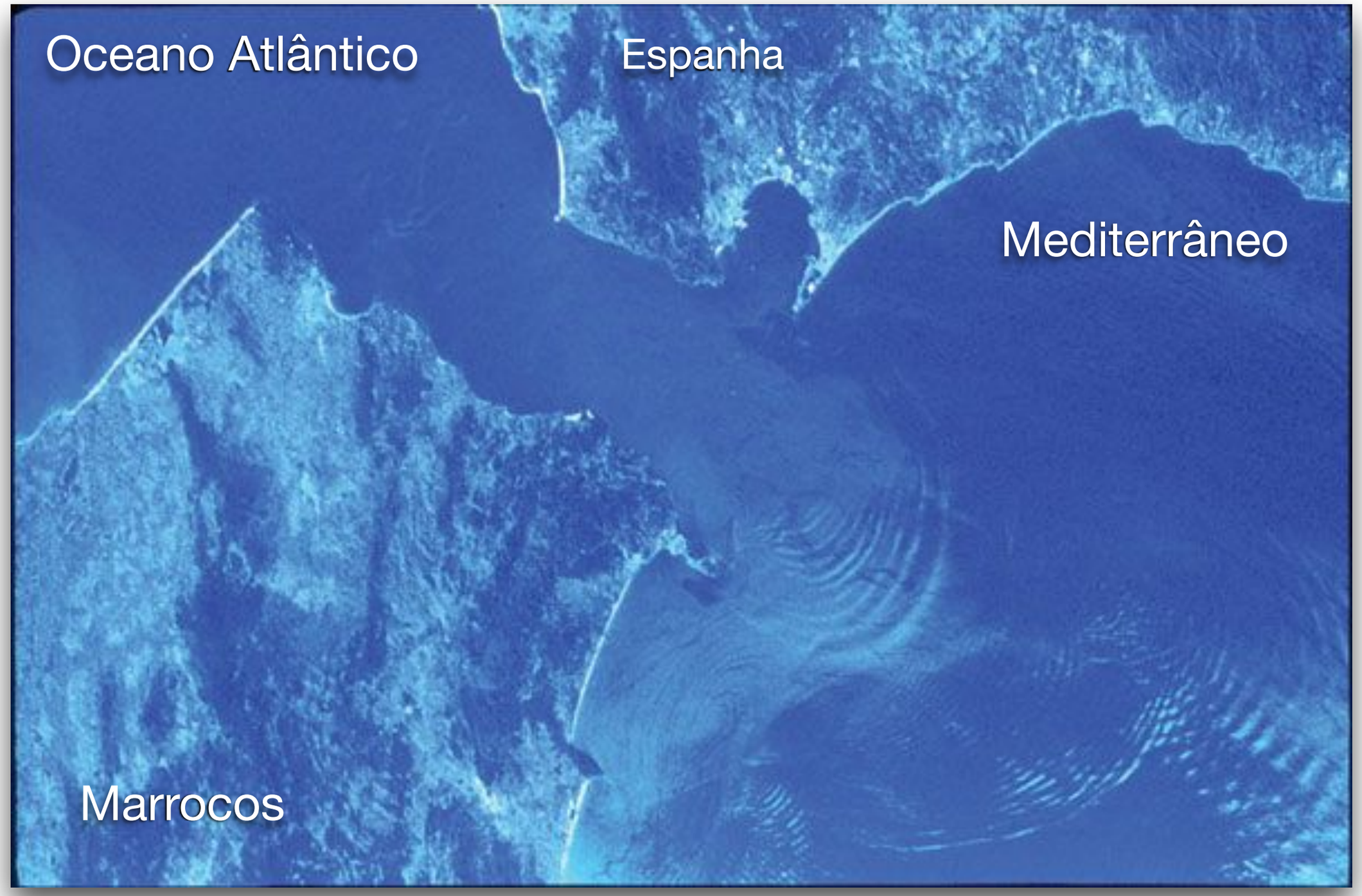
Na MQ, "medição" envolve a interação entre um sistema quântico e um detector, que é um objeto clássico.

Na MQ não há o equivalente ao conceito clássico de trajetória.

É impossível determinar, simultaneamente e com precisão absoluta, posição e momentum, ou energia e tempo:

$$\Delta x \Delta y \gtrsim \frac{h}{2\pi} \qquad \Delta E \Delta t \gtrsim \frac{h}{2\pi}$$

Os fenômenos ondulatórios são universais!



Propagação de ondas através do estreito de Gibraltar, mostrando o fenômeno da difração. Fotografia: missão espacial STS-41G, da NASA.

https://www.nature.com/articles/440036a

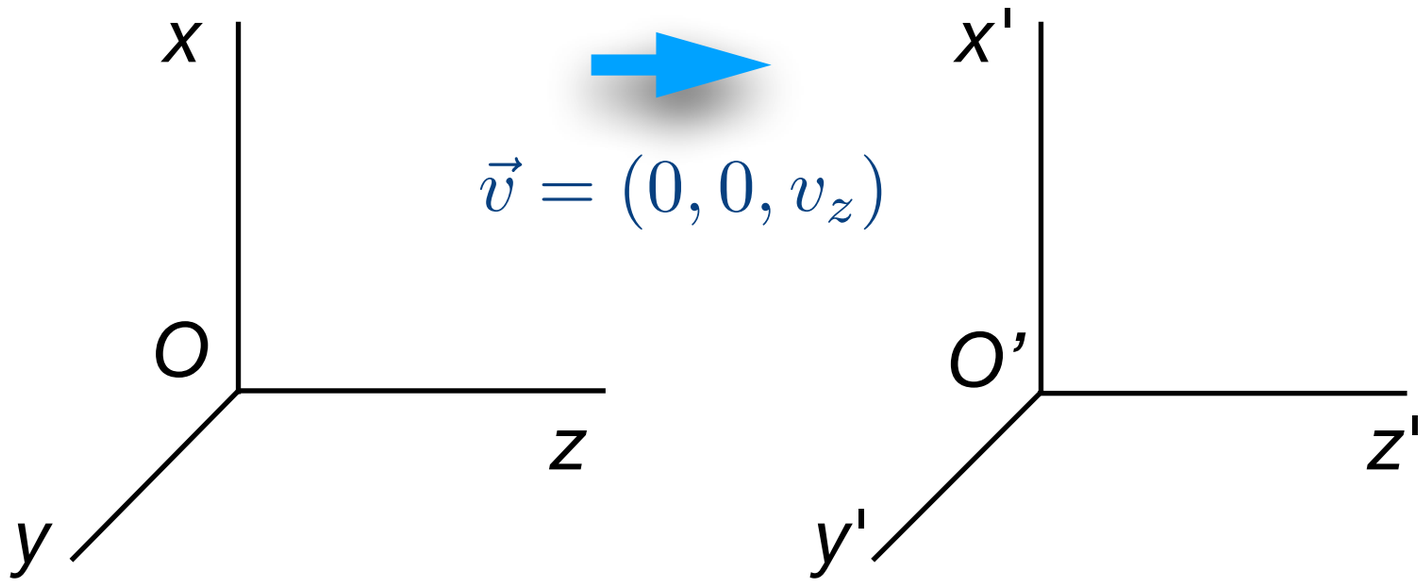
Relatividade Especial

Os postulados de Einstein:

1- Nenhum experimento é capaz de detectar o movimento absoluto

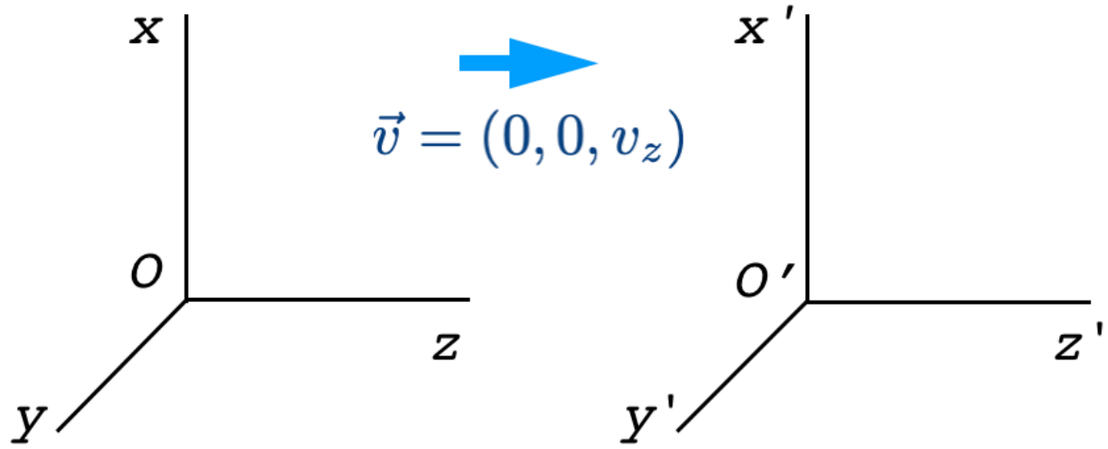
2- A velocidade da luz é constante e independe do movimento da fonte

Transformação de Lorentz: relação entre as coordenadas (*t*,*x*,*y*,*z*) de um evento num referencial S, e as coordenadas (*t*',*x*',*y*',*z*'), num referencial S' que se move com velocidade constante em relação a S.



Em *t*=*t*'=0 a origem dos sistema de coordenadas coincide.

A transformação de Lorentz



$$x' = x \qquad x = x'$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = \gamma(z - vt) \qquad z = \gamma(z' + vt)$$

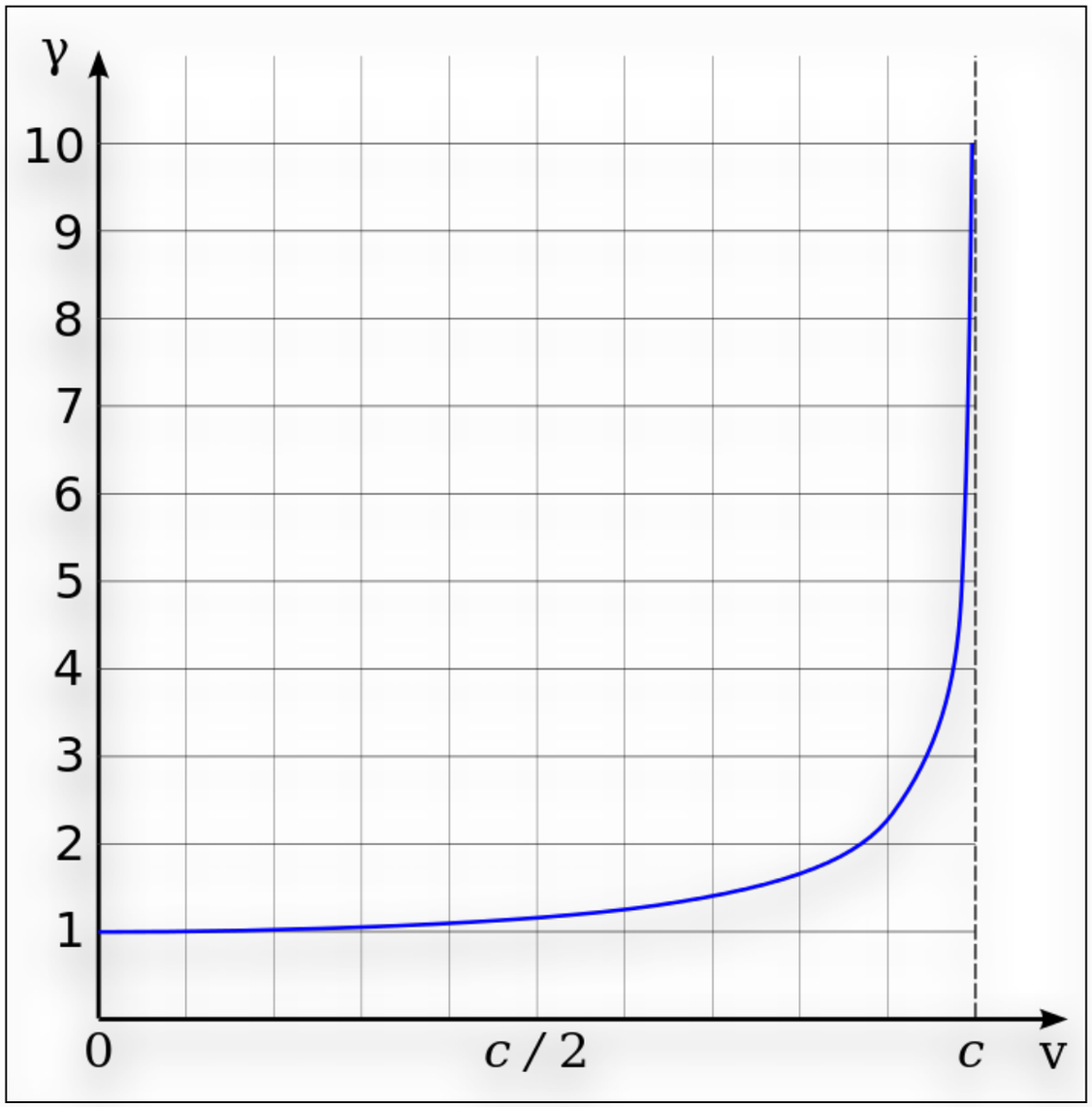
$$t' = \gamma(t - vz/c^2) \qquad t = \gamma(t' + vz/c^2)$$

$$\gamma = \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

Dilatação do tempo

- **Tempo próprio (τ):** tempo medido no referencial de repouso da partícula.
- Em qualquer outro referencial inercial o tempo medido será maior: $t = \gamma\tau$.

Um muon é produzido no instante t'_1. Chega ao solo no instante t'_2, após percorrer uma distância *z'*.



O fator γ de Lorentz

https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2868331

No referencial da Terra: $t_1 = \gamma(t'_1 + z'v/c^2)$

$t_2 = \gamma(t'_2 + z'v/c^2)$

$t_2 - t_1 = \gamma(t'_2 - t'_1)$

$\Delta t = \gamma \Delta t'$

Contração das distâncias

Uma barra de comprimento $L' = x'_2 - x'_1$ no referencial S':

$$x'_2 = \gamma(x_2 - vt_2)$$

$$x'_1 = \gamma(x_1 - vt_1)$$

$$(t_1 = t_2 = t)$$

$$x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\gamma}(x'_2 - x'_1)$$

$$\boxed{L = \frac{1}{\gamma} L_p}$$

O comprimento de uma barra será sempre menor quando medido em um referencial em que a barra se move.

Na Relatividade Especial, um evento é caracterizado pelas **coordenadas do espaço-tempo**. A constância da velocidade da luz estabelece uma relação entre coordenadas espaciais e temporais: as **transformações de Lorentz**.

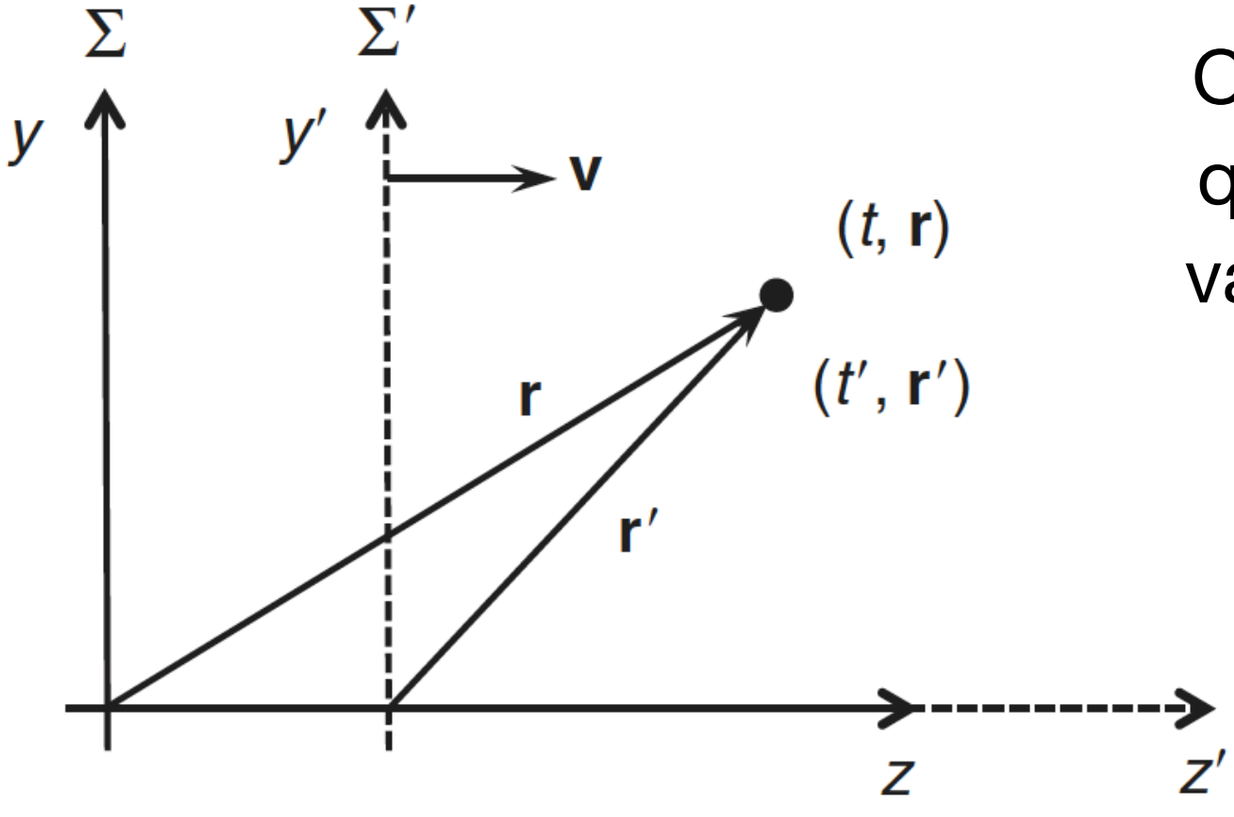
Um pulso luminoso é emitido no instante t=t'=0.

No referencial Σ, a frente de onda chega ao ponto ***r*** em t segundos.

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

No referencial Σ', a frente de onda chega ao ponto ***r'*** em t' segundos.

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$



O **intervalo** no espaço-tempo é uma quantidade invariante: tem o mesmo valor em qualquer referencial inercial.

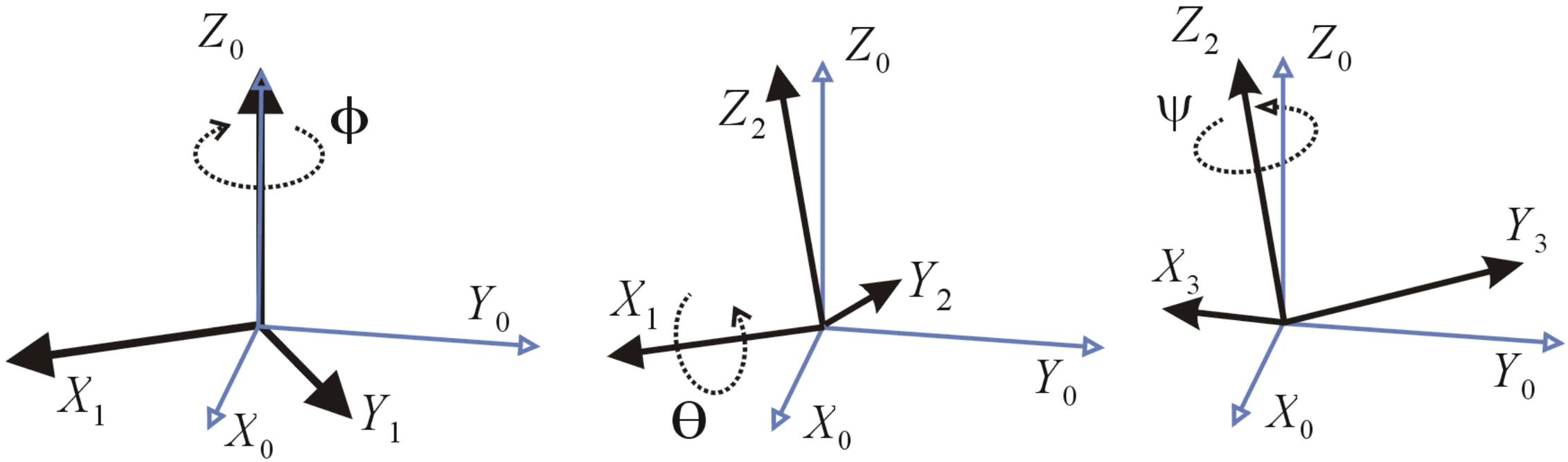
$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 =$$
$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

Transformações de Lorentz na forma de matrizes,

$$L(v_z) \longrightarrow \begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

A transformação de Lorentz numa direção qualquer combina rotações com a transformação na direção *z*,

$$L(\vec{v}) = R(\phi, \theta, \psi)\ L(v_z)\ R^{-1}(\phi, \theta, \psi)$$



DF Malan https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1366765

Quadri-vetores

As coordenadas de um evento são representadas pelo quadri-vetor posição, $(ct, \vec{x})$.

O módulo de um tri-vetor é invariante por rotações.

$$\vec{x}' = R(\phi, \theta, \psi)\ \vec{x} \quad \longrightarrow \quad |\vec{x}'| \ = \ |\vec{x}|$$

O módulo de qualquer é quadri-vetor invariante por transformações de Lorentz,

$$a = (a_0, \vec{a}), \quad a' = L\ a \quad \longrightarrow \quad a_0^2 \ - |\vec{a}|^2 \ = \ a_0'^2 \ - |\vec{a}'|^2$$

A notação comumente empregada:

contravariante $\longrightarrow$ $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$

covariante $\longrightarrow$ $x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, -x, -y, -z)$

$$x^\mu x_\mu = (x^0 x_0 + x^1 x_1 + x^2 x_2 + x^3 x_3) = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

Notação covariante de uma transformação de Lorentz na direção z:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma v t & 0 & 0 & \gamma z \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \gamma t & 0 & 0 & \gamma v z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad x' = Lx \quad \rightarrow \quad x'_\mu = L_{\mu\nu} x^\nu$$

O módulo do quadri-vetor posição é
invariante por transformações de Lorentz.

Quando uma transformação de Lorentz não altera a **forma** de uma equação, dizemos que a equação é covariante.

Covariância = mesma forma em qualquer referencial

Invariância = mesmo valor em qualquer referencial

O caso mais geral de uma transformação de Lorentz numa direção qualquer é obtido combinando rotações do sistema de coordenada com um *boost* na direção z.

A expressão relativista para a energia e o momentum:

$$E = \gamma m c^2 \qquad\qquad \vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

O quadri-vetor momentum-energia:

$$p^\mu = (E/c, \vec{p}\,)$$

$$p^\mu p_\mu = E^2/c^2 - |\vec{p}\,|^2$$

Para uma partícula em repouso ($\gamma = 1,\ \vec{p} = 0$)

$$p^\mu = (mc,\ 0,0,0) \quad \longrightarrow \quad p^\mu p_\mu = m^2 c^2$$

$$(E/c)^2 - |\vec{p}\,|^2 = m^2 c^2 \quad \Longrightarrow \quad E = \sqrt{|\vec{p}\,|^2 c^2 + m^2 c^4}$$

energia cinética

massa de repouso

Derivadas

Podemos definir um quadri-vetor derivada:

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

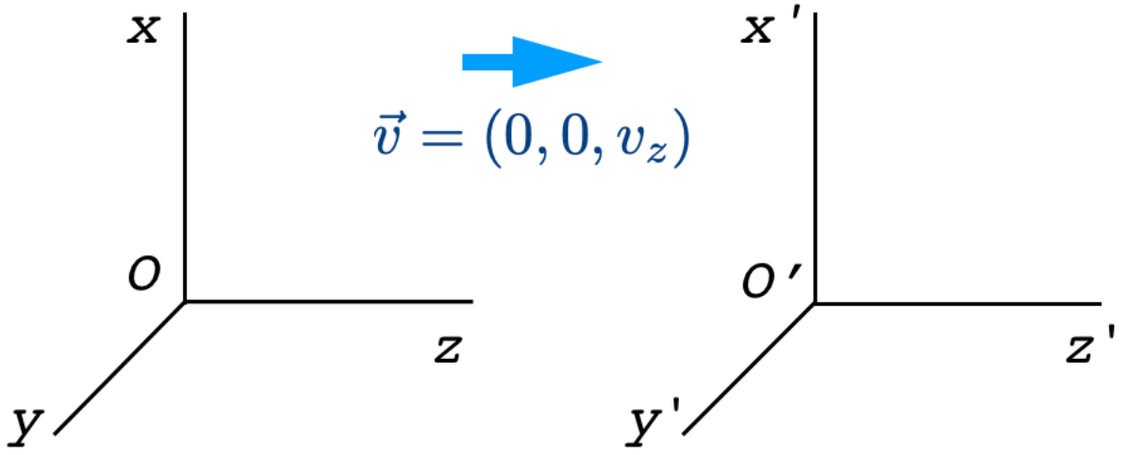
A derivada se transforma com um quadri-vetor qualquer

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial t' \\ \partial/\partial x' \\ \partial/\partial y' \\ \partial/\partial z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & +\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ +\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial/\partial t \\ \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

O operador d'Alembertiano:

$$\Box = \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Transformação de Lorentz: momentum-energia



$$p'_x = p_x \qquad p'_z = \gamma(p_z - vE/c^2)$$

$$p'_y = p_y \qquad E' = \gamma(E - vp_z)$$

Quadri-vetores: adição e produto escalar

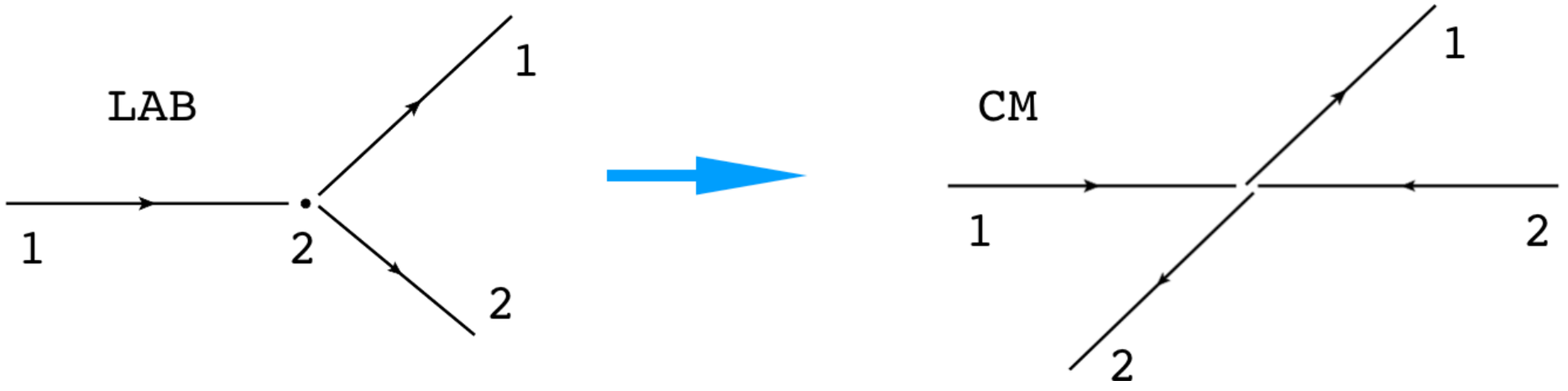
Dois quadri-vetores quaisquer,

$$a^\mu = (a_0,\ \boldsymbol{a}), \quad b^\mu = (b_0,\ \boldsymbol{b}) \qquad a^\mu + b^\mu = (a_0 + b_0,\ \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$$

$$a^\mu b_\mu = (a_0 b_0,\ -\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})$$

O produto escalar é um invariante de Lorentz:
mesmo valor em qualquer sistema de referência inercial.

A transformação de Lorentz nos permite descrever os processos físicos em diferentes sistemas de referência:

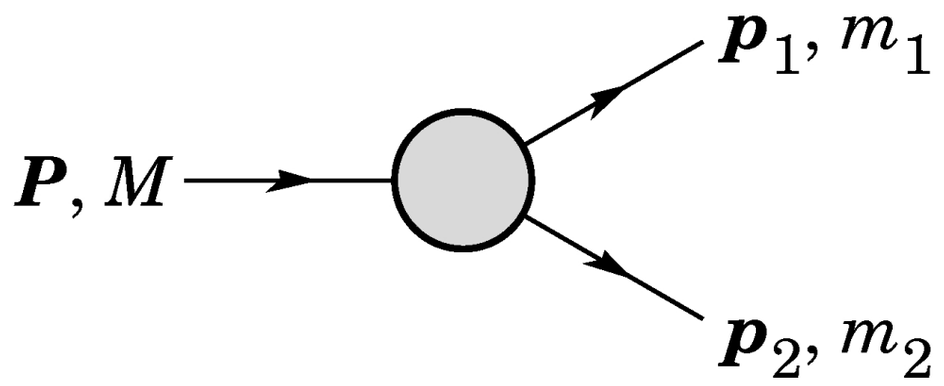


Massa invariante

O conceito de massa invariante é extremamente útil e largamente empregado na FAE. Num referencial qualquer,

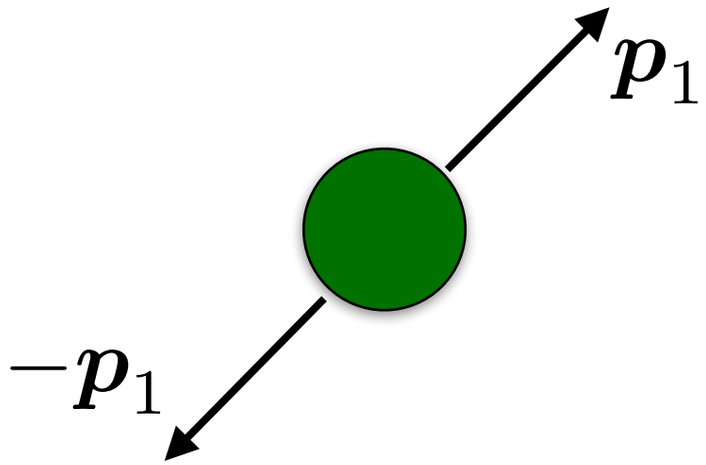
$$P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu = (p_1^0 + p_2^0,\ \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2)$$

$$P^2 = P_\mu P^\mu = P_0^2 - |\boldsymbol{P}|^2$$



O valor de P^2 é o mesmo em qualquer referencial.
No referencial do centro de massa das duas partículas,

$$\boldsymbol{p}_1 = -\boldsymbol{p}_2, \quad \longrightarrow \quad p_1 = (E_1/c\ ,\ \boldsymbol{p}_1\ ), \qquad p_2 = (E_2/c\ ,\ -\boldsymbol{p}_1\ )$$



$$P^\mu = ((E_1 + E_2)/c,\ \vec{0}\ )$$

Lembrando que $(E/c)^2 = (Mc^2)^2 + |\boldsymbol{P}|^2$,

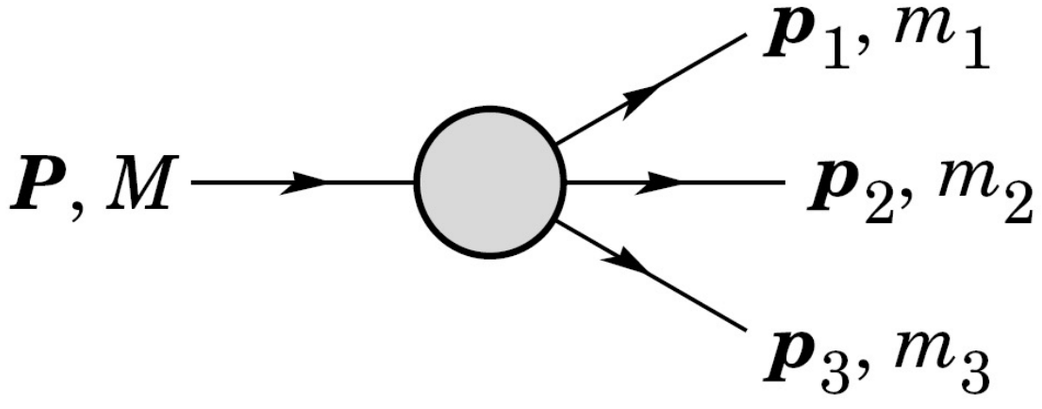
$$E = E_1 + E_2 = Mc^2$$

$$s_{12} \equiv (p_1^\mu + p_2^\mu)^2/c^2 = E^2 = (Mc^2)^2$$

$\sqrt{s_{12}}$ $\longrightarrow$ **massa invariante** do par 1,2.

Decaimentos em três corpos

Consideremos o caso mais simples, com apenas partículas sem *spin*:



No referencial de repouso da partícula que decai:

$$P^\mu = (E/c, \boldsymbol{P}), \qquad p_i^\mu = (E_i/c, \boldsymbol{p}_i)$$

A conservação da energia e do momentum impõe quatro vínculos:

$$P^\mu = \sum p_i^\mu \quad \longrightarrow \quad E = \sum \sqrt{m_i^2 c^4 + \boldsymbol{p}_i^2}, \qquad \sum \boldsymbol{p}_i = 0$$

A orientação espacial do estado inicial (*spin*-0) é irrelevante, implicando três graus de liberdade a menos.

A cinemática do decaimento fica determinada por apenas dois graus de liberdade (9-4-3=2).

Três invariantes podem ser definidos:

$$s_{12} = (p_1 + p_2)^2 = m_{12}^2$$

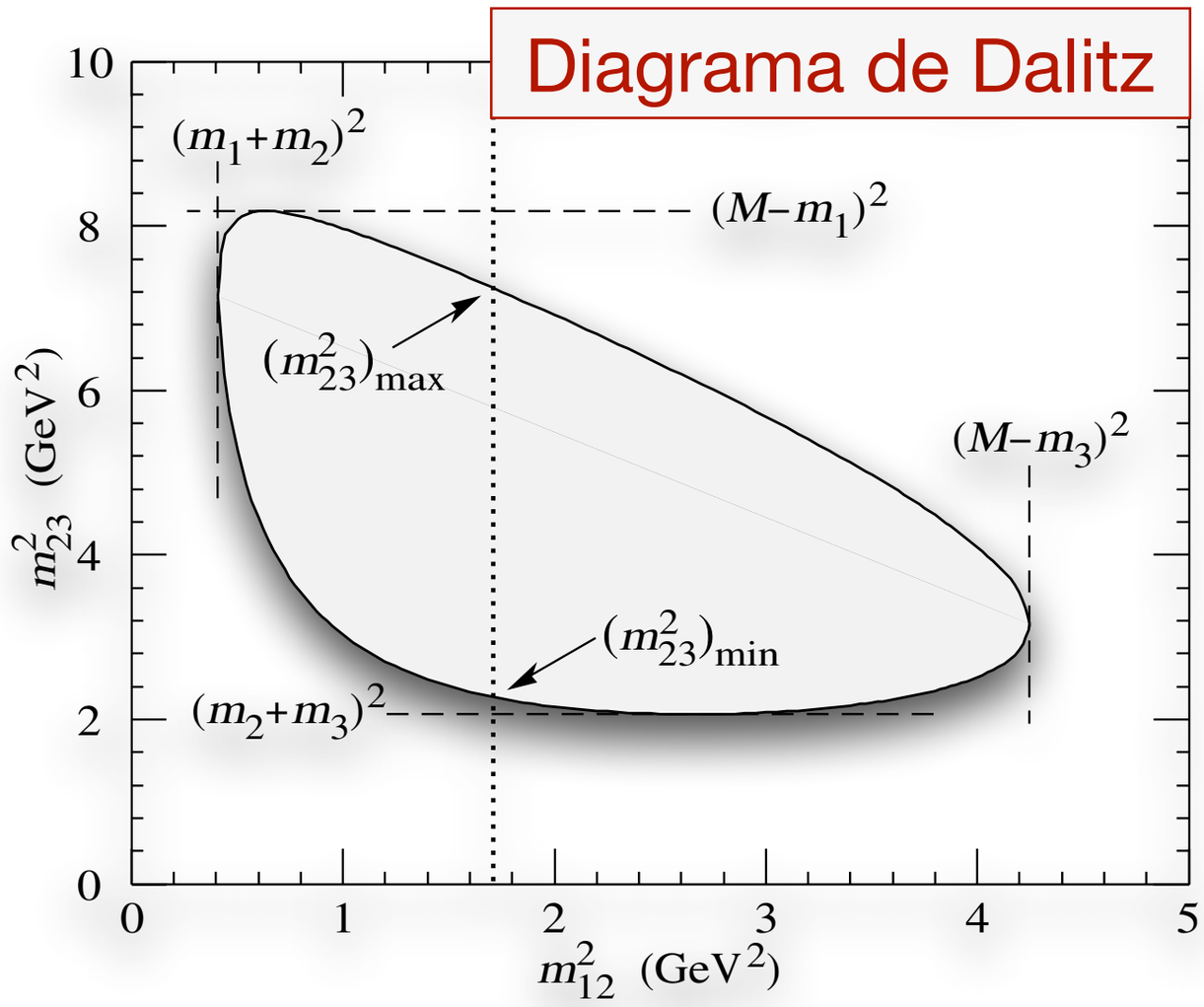
$$s_{13} = (p_1 + p_3)^2 = m_{13}^2$$

$$s_{23} = (p_2 + p_3)^2 = m_{23}^2$$

A taxa de decaimento pode ser calculada em função de dois dos invariantes:

$$\frac{d\Gamma}{ds_{12}ds_{23}} = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{32M^3}|\mathcal{A}(s_{12}, s_{23})|^2$$

dinâmica



Unidades naturais

Unidades naturais

As duas constantes fundamentais na Mecânica Quântica Relativística são a constante de Plank e a velocidade da luz no vácuo,

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \qquad c = 2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$$

O Sistema Natural de unidades é o mais usado em FAE. Nele, $\hbar$ é a unidade de ação c é a unidade de velocidade,

$$\hbar = c = 1$$

A especificação de uma unidade de energia, o GeV, completa o Sistema Natural,

$$1\ \mathrm{GeV} = 1.602 \times 10^{-10}\mathrm{J}$$

Um pouco de análise dimensional nos ajuda a entender as implicações dessa escolha de unidades. A velocidade da luz tem dimensões $[c] = [\mathrm{L}][\mathrm{T}]^{-1}$. Ao fazermos $c = 1$ estamos dizendo que comprimento e tempo tem a mesma dimensão , $[\mathrm{L}] = [\mathrm{T}]$.

A dualidade onda-partícula está expressa nas relações de Einstein e de Broglie,

$$E = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

A escolha $\hbar = c = 1$ implica

$$[E] = [\mathrm{T}]^{-1} = [p] = [\mathrm{L}]^{-1}$$

Mais ainda, com $\hbar = c = 1$ massa tem a mesma dimensão de energia e momentum,

$$E = mc^2 \quad \longrightarrow \quad [E] = [M]$$

Em unidades $c = 1$ temos

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \longrightarrow \quad E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$$

- Fatores de conversão

$$E = Mc^2 \quad \longrightarrow \quad 1\ \text{GeV} = 1.602 \times 10^{-10}\ \text{kg}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = M\ (2.998)^2 \times 10^{16}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$1\ \text{GeV} = 1.7827 \times 10^{-27}\ \text{kg}, \quad 1\ \text{kg} = 5.61 \times 10^{26}\ \text{GeV}$$

Em unidades do SI, temos $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$ J s. Usando o fator de conversão $1\ \text{J} = 6.242 \times 10^9$ GeV, podemos expressar o tempo em GeV quando fazemos $\hbar = 1$,

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34}\ \text{J s} = \ 1.055 \times 10^{-34} \times (6.242 \times 10^9\ \text{GeV})\ \text{s} = 1$$

$$1\ \text{s} = 1.519 \times 10^{24}\ \text{GeV}^{-1}$$

Finalmente, usando o fator de conversão de segundos para GeV, obtemos o fator de conversão de metros para GeV,

$$c = 2.998 \times 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2.998 \times 10^8}{1.52 \times 10^{24}}\ \text{m GeV} = 1$$

$$1\ \text{m} = 5.068 \times 10^{15}\ \text{GeV}$$

Como exemplo, vamos calcular o comprimento de onda Compton[1] de um elétron, $\lambda = h/m_e c$, no SI e em unidades naturais. No SI temos $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg, logo

$$\lambda = \frac{1.055 \times 10^{-34}}{9.109 \times 10^{-31} \times 2.998 \times 10^{8}} = 0.386 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Em unidades naturais temos $m_e = 5.11 \times 10^{-4}$ GeV,

$$\lambda = \frac{1}{m_e} = 1.957 \times 10^{3} \text{ GeV}^{-1} = \frac{1.957 \times 10^{3}}{5.068 \times 10^{15}} \text{ m} = 0.386 \times 10^{-12} \text{ m}$$

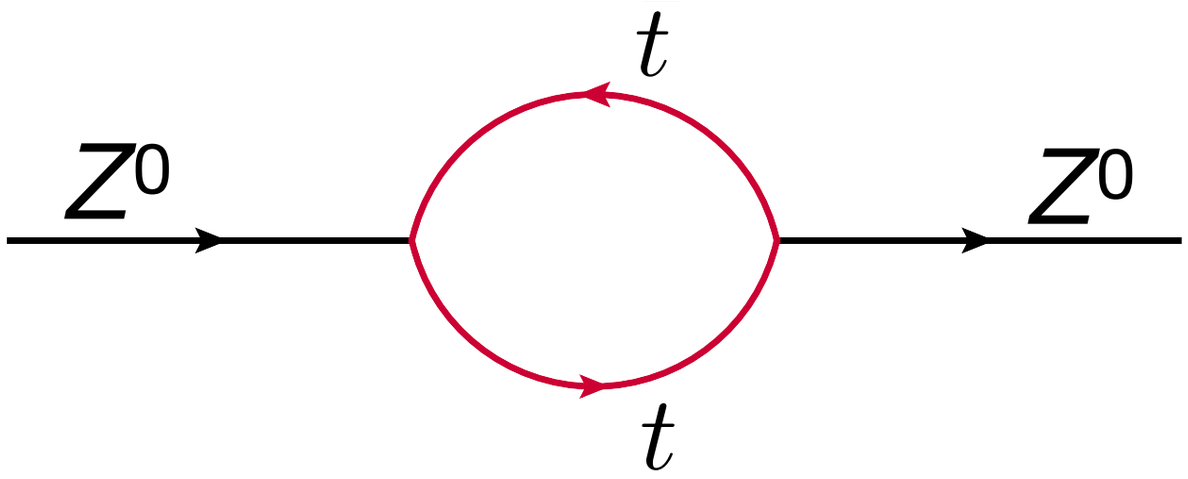
[1] O comprimento de onda Compton é uma propriedade da partícula, sendo definido como o comprimento de onda de um fóton cuja energia é idêntica à massa de repouso da partícula.

Relatividade e Mecânica Quântica

Partículas virtuais

Prótons e nêutrons têm massas quase iguais (diferença de apenas ~1.3 MeV). Como podem "trocar" um pion , de massa 139 MeV?

Partículas virtuais existem durante um intervalo de tempo da ordem do Princípio de Incerteza. Possuem os mesmos números quânticos de suas versões reais, mas suas massas podem ter quaisquer valores.



$$m(Z^0) = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}$$

$$m(t) = 173.5 \pm 1.0 \text{ GeV}$$

Apesar de uma existência efêmera, as partículas virtuais produzem vários efeitos observáveis: Lamb *shift*, efeito Casimir, estrutura de prótons e nêutrons, etc.

O vácuo quântico

Na teoria quântica o conceito de vácuo não tem nada a ver com a ideia de vazio. É o estado de menor energia de um sistema quântico.

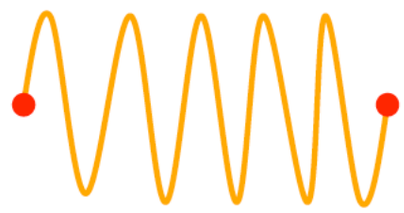
O vácuo quântico pode "flutuar", ou seja, do vácuo surgem, continuamente e de forma espontânea, pares de partículas e antipartículas virtuais, com curtíssimo (inobservável) tempo de vida.

partícula real, na "camada de massa" (*on mass shell*)



$$E^2 = p^2 + m^2 \longrightarrow m^2 = E^2 - p^2$$

partícula virtual, fora da "camada de massa" (*off mass shell*)

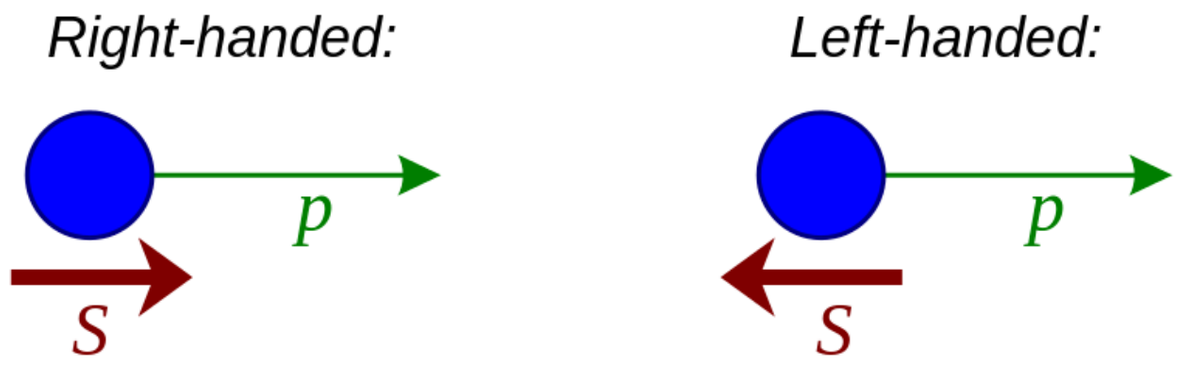


$$m^2 \neq E^2 - p^2$$

Helicidade

Helicidade é um conceito largamente usado, que se aplica a partículas com *spin*. É a projeção do *spin* na direção do movimento.

$$\lambda = \frac{\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{p}}{|\,\boldsymbol{p}\,|}$$



No caso de partículas com massa, é sempre possível encontrar um sistema de referência em que a direção do movimento se inverte.
Mas para partículas sem massa,
o conceito de **helicidade** se confunde com **quiralidade**.

Um fenômeno quiral é aquele que
não é idêntico à sua imagem espelhada.

A equação de Klein-Gordon (partícula livre)

Uma versão relativista da Mecânica Quântica,
restrita à partículas sem *spin.*

A relação entre energia e momentum da Relatividade Restrita:

$$E^2 = \boldsymbol{p}^2 + m^2$$

Na forma de operadores atuando em uma função de onda

$$\hat{E}^2\psi(\boldsymbol{x},t) = \hat{\boldsymbol{p}}^2\psi(\boldsymbol{x},t) + m^2\psi(\boldsymbol{x},t)$$

com $\hat{E} \to -i\dfrac{\partial}{\partial t}$ e $\hat{\boldsymbol{p}} \to -i\boldsymbol{\nabla}$

chega-se à eq. de Klein Gordon: $\boxed{\dfrac{\partial^2\psi}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla}^2\psi - m^2\psi}$

A eq. de Klein-Gordon pode ser escrita na forma covariante, usando

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\psi(\boldsymbol{x}, t) = 0$$

As soluções da eq. de Klein-Gordon são ondas planas:

$$\psi(\boldsymbol{x}, t) = N e^{(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x} - Et)}$$

Partículas com *spin* semi-inteiro são descritas pela **eq. de Dirac**.

É uma equação matricial, cujas soluções são matrizes coluna, chamados ***espinores***.

Para spin-1/2:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

A eq. de Dirac para partícula livre: $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m\gamma^0)\psi = 0$

$$[i(\gamma^0\partial_0 + \gamma^1\partial_1 + \gamma^2\partial_2 + \gamma^3\partial_3) - m\gamma^0]\psi = 0$$

γ^μ : matrizes 4x4 $\longrightarrow$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

As quatro componentes do espinor de Dirac: $\psi_i = \underbrace{u_i(E, \mathbf{p})}_{\text{matriz coluna}} e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - Et)}$

Para um elétron ou muon em repouso $(\boldsymbol{p} = 0,\ E = m)$:

$$\psi_1 = N\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}e^{-imt},\ \psi_2 = N\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}e^{-imt},\ \psi_3 = N\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}e^{+imt}\ \text{and}\ \psi_4 = N\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}e^{+imt}.$$

os dois estados de spin do elétron

os dois estados de spin do pósitron

Para um elétron livre, com momentum **p**:

$$u_1 = N_1\begin{pmatrix}1\\0\\\frac{p_z}{E+m}\\\frac{p_x+ip_y}{E+m}\end{pmatrix} \qquad u_3 = N_3\begin{pmatrix}\frac{p_z}{E-m}\\\frac{p_x+ip_y}{E-m}\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$u_2 = N_2\begin{pmatrix}0\\1\\\frac{p_x-ip_y}{E+m}\\\frac{-p_z}{E+m}\end{pmatrix} \qquad u_4 = N_4\begin{pmatrix}\frac{p_x-ip_y}{E-m}\\\frac{-p_z}{E-m}\\0\\1\end{pmatrix}$$

Simetrias e leis de conservação

Simetrias contínuas

Simetrias contínuas estão associadas a transformações que podem ser feitas em etapas infinitesimais, como translação e rotação. Em 1915 a matemática alemã Emmy Noether demonstrou um teorema fundamental:

Emmy Noether



Se um sistema físico apresenta simetrias contínuas, quantidades correspondentes são conservadas.

As leis da Física são as mesmas em qualquer sistema de coordenadas:
conservação do momento linear.

As leis da Física são as mesmas independente da orientação espacial do sistema de coordenadas:
conservação do momento angular.

Simetrias estão associadas à transformações, que são efetuadas por operadores (matrizes).

rotação em torno do eixo y →

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}}_{\text{operador rotação}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

A rotação em torno do eixo y, acima, é representada por

$$\boldsymbol{r}' = R(\alpha, \theta, \gamma)\ \boldsymbol{r} \qquad (\alpha = \gamma = 0)$$

Outra forma de representar a operação rotação: $r'_i = R_{ij}\ r_j$

(está implícita a soma sobre o índice repetido *j*)

O módulo de vetor é invariante por rotações: $|\boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}'|$

Quando um operador é aplicado à função de onda que descreve um sistema quântico sem alterar as eq. de movimento, dizemos que o sistema possui simetria em relação a essa transformação.

Simetrias discretas - paridade

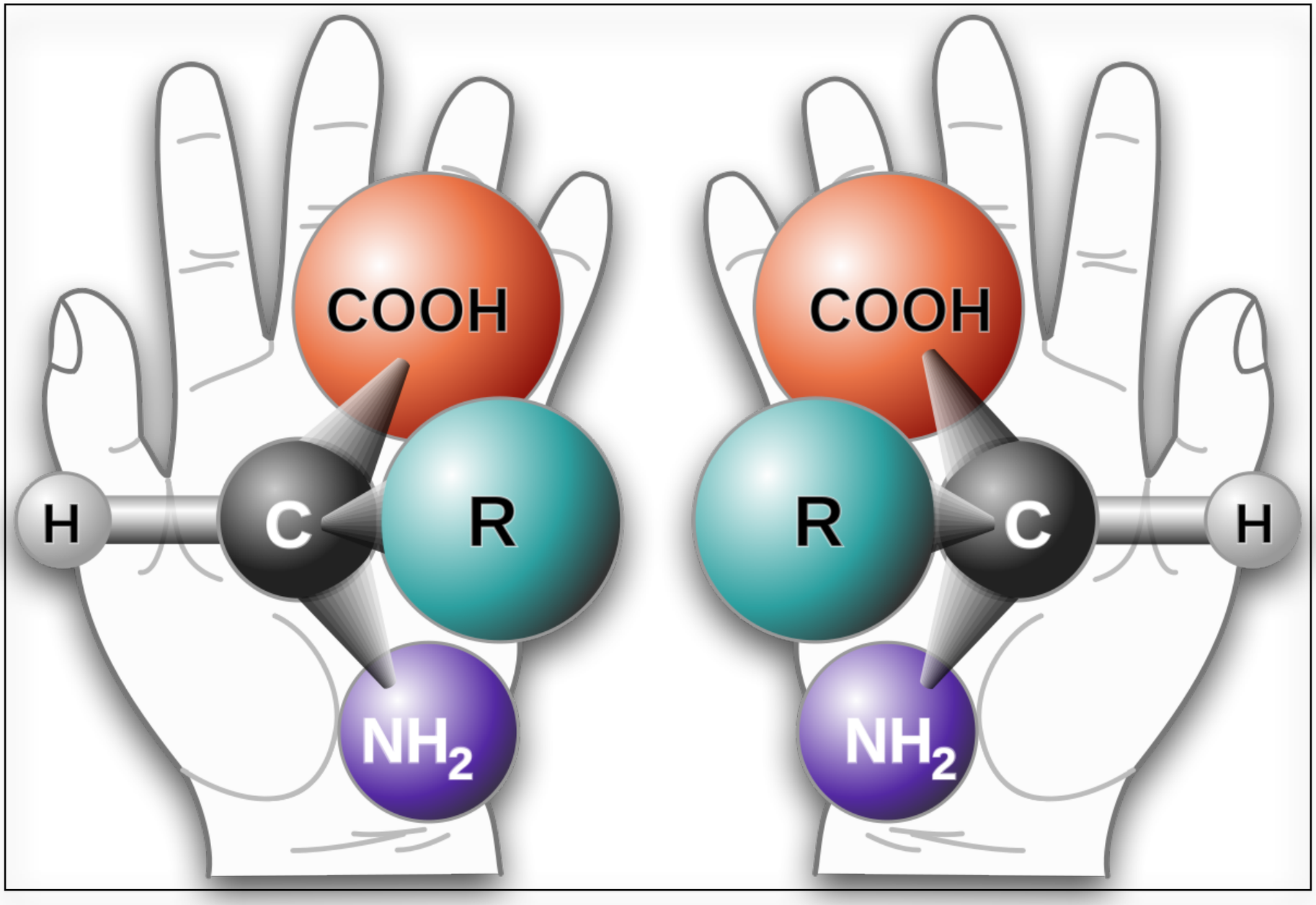
O operador paridade inverte o sinal das coordenadas de um sistema: $\mathcal{P} : \boldsymbol{r} \to -\boldsymbol{r}, \qquad \boldsymbol{p} \to -\boldsymbol{p}, \qquad \boldsymbol{J} \to \boldsymbol{J}$

$$\mathcal{P}\psi(\boldsymbol{r}, t) \to \psi'(-\boldsymbol{r}, t)$$

Se as funções de onda $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ e $\psi(-\boldsymbol{r}, t)$ descrevem o mesmo sistema quântico, dizemos que esse sistema é invariante por transformações de paridade.

A paridade é conservada nas interações fortes e eletromagnéticas, mas é violada nas interações fracas.

Um sistema é dito quiral (ou que possui quiralidade) se é diferente de sua imagem especular, isto é, se não é invariante por transformação de paridade.



Simetrias discretas - conjugação de carga

A operação conjugação de carga inverte os
números quânticos internos (cargas) das partículas, tais como:
carga elétrica, estranheza, números quânticos bariônicos e leptônicos,
sem afetar o *spin*.

$$\mathcal{C}\psi(e^-) \rightarrow \psi(e^+) \qquad \mathcal{C}\psi(p) \rightarrow \psi(\bar{p}) \qquad \mathcal{C}\psi(K^0) \rightarrow \psi(\overline{K}^0)$$

$$\mathcal{C}|e^-\rangle \rightarrow |e^+\rangle \qquad \mathcal{C}|p\rangle \rightarrow |\bar{p}\rangle \qquad \mathcal{C}|K^0\rangle \rightarrow |\overline{K}^0\rangle$$

Simetrias discretas - reversão temporal

Se a transição $a \rightarrow b$ é possível, então a transição $b \rightarrow a$
também é. Se a e b podem ser preparados como estados iniciais,
as probabilidades de transição são as mesmas.

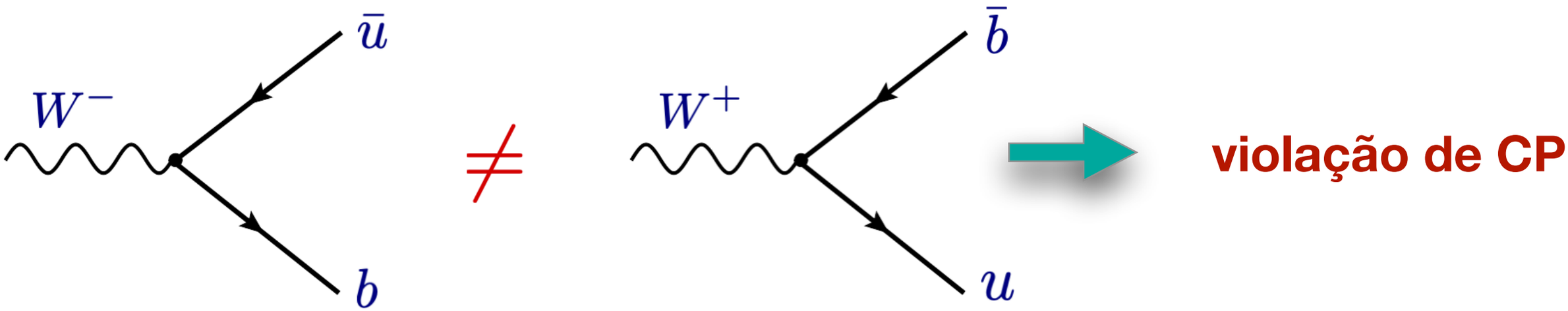
$$\mathcal{T}: \ \boldsymbol{p} \rightarrow -\boldsymbol{p} \qquad \boldsymbol{r} \rightarrow \boldsymbol{r} \qquad \boldsymbol{J} \rightarrow -\boldsymbol{J}$$

A operação combinada CP transforma partícula na sua antipartícula.

As interações eletromagnéticas e fortes possuem simetria CP:

- a colisão entre dois elétrons é idêntica à colisão entre dois pósitrons;
- a interação forte entre dois *quarks* é idêntica à entre seus *anti-quarks*.

Nas interações fracas não há simetria P, C e CP!



Há uma diferença muito sutil entre as interações fracas envolvendo partículas e suas anti-partículas.

As transformações C, P e T são especiais na Física de Partículas. Se aplicadas duas vezes, mantém o estado inicial inalterado.

O Modelo Padrão das partículas elementares é uma teoria invariante pela aplicação combinada das três transformações, CPT.

Simetrias discretas - *isospin*

A interação entre dois prótons, dois nêutrons ou um próton e um nêutron tem aproximadamente a mesma intensidade. Heisenberg propôs um novo número quântico, ***isospin***, para dar conta desse fato.

Se "desligarmos" a interação eletromagnética, não seria possível distinguir prótons de nêutrons: dois estados de uma mesma entidade, os **nucleons**.

O *isospin* é uma simetria aproximada das interações fortes, mas é violada nas interações fracas.

Seção de choque

Taxa de decaimento

Cinemática relativística

Há dois processos básicos na FAE: espalhamento e decaimento. As quantidades fundamentais são a seção de choque, no espalhamento, e a vida-média, no decaimento.

A regra de ouro de Fermi:

$$\Gamma_{i\to f} = \frac{2\pi}{\hbar}|\mathcal{M}|^2\rho(E)$$

Amplitude de transição: dinâmica

densidade de estados: cinemática

Espaço de fase

Imagine a colisão de duas partículas sem *spin*:

$$P_a + P_b \to p_1 + p_2 + p_3 + \ \ldots \ + p_n$$

O espaço dos momenta tem dimensão 3*n* (3 componentes para cada um dos tri-vetores momentum do estado final)

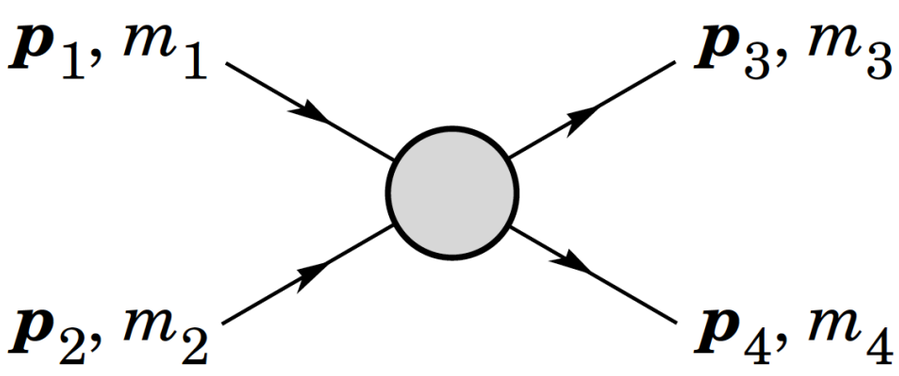
Mas a energia e o momentum são conservados:

$$E_a + E_b = \sum E_i, \qquad E_i^2 = m_i^2 + \mathbf{p}_i^2$$

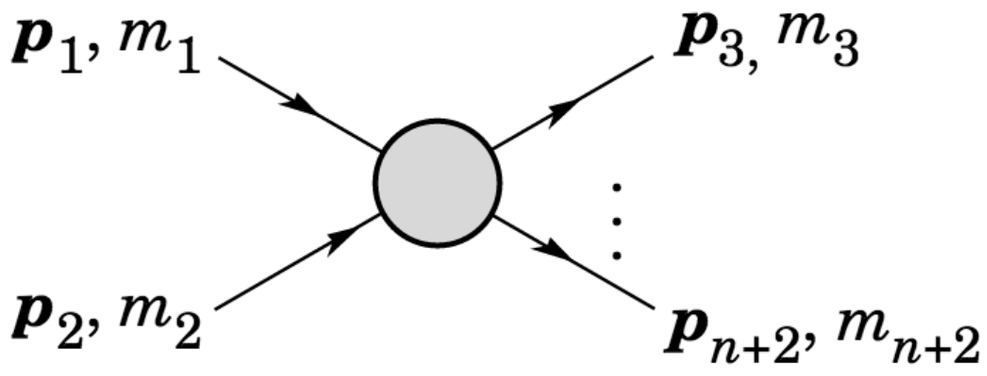
$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \sum \mathbf{p}_i$$

O espaço de fase, com dimensão 3*n*-4, é formado pelas configurações dos momenta do estado final que satisfazem aos vínculos da conservação da energia e do momentum.

O espalhamento é elástico se os estados final e inicial têm as mesmas partículas:



A reação é exclusiva se todas as partículas do estado final são detectadas:



Seção de choque

A seção de choque é uma medida da probabilidade de ocorrência de uma determinada reação.

Caso típico: um feixe monocromático (todas as partículas têm a mesma energia) incide sobre um alvo fino.

$n_i \rightarrow$ número de partículas do feixe, por unidade de tempo, incidindo sobre uma área unitária do alvo

$n_f \rightarrow$ número de partículas do feixe espalhadas, por unidade de tempo, em qualquer direção.

$N \rightarrow$ número de partículas do alvo por unidade de área

$$\sigma = \frac{1}{N}\frac{n_f}{n_i}$$

$$N = \frac{1}{[L]^2}$$

$$n_i = n_f = \frac{1}{[T]}$$

$$\sigma = [L]^2$$

A seção de choque tem unidade de área:

$$1 \text{ barn } (b) = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Quando vários processos podem ocorrer numa colisão, define-se a seção de choque total como a soma das seções de choque parciais:

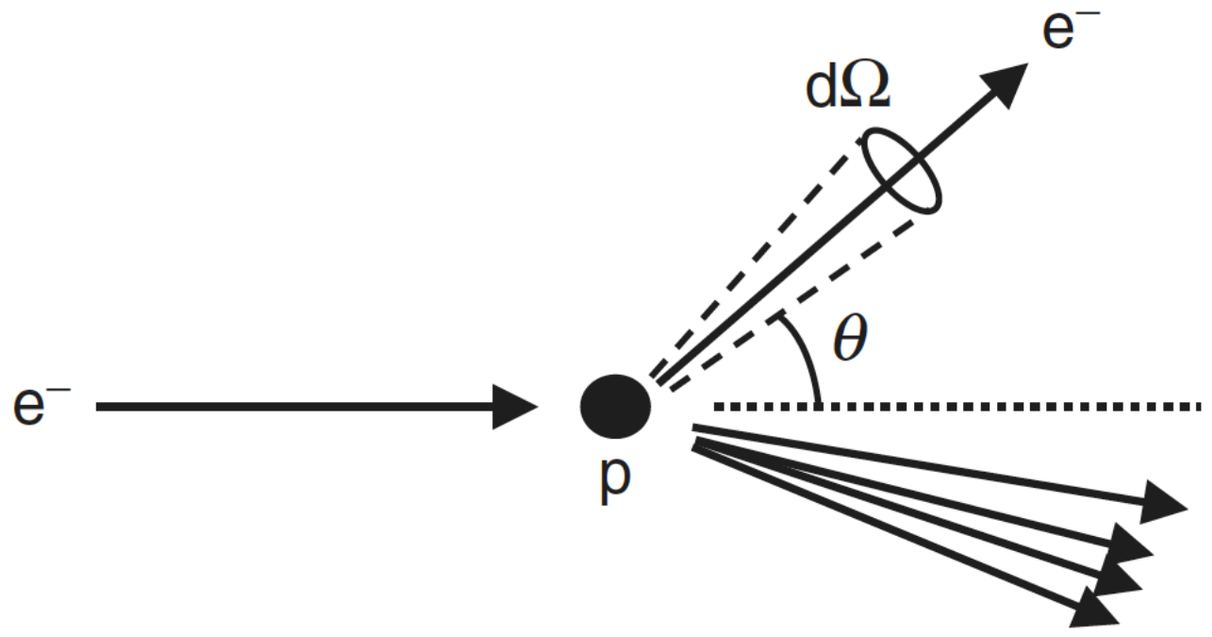
$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sum_i \sigma_i$$

Frequentemente deseja-se medir a seção de choque em função de alguma variável, como ângulo ou energia da partícula espalhada: seção de choque diferencial.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)\ d\Omega = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)\ \sin\theta\ d\theta\ d\phi$$

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma}{dE}(E)$$

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{dE}(E)\ dE$$



Taxa de decaimento, vida média

O decaimento de uma partícula é um processo estatístico.
O parâmetro fundamental é a
taxa de decaimento por unidade de tempo, Γ.

Considere um feixe monocromático de muons, que contém *N(t)* partículas num determinado momento. Transcorridos *dt* segundos, o número de muons se reduz em

$$dN = -\Gamma\ N\ dt$$

Se N_0 é o número de muons em *t=0*, $N(t) = N_0\ e^{-\Gamma t}$

A vida média é o inverso da taxa de decaimento, considerando todos os canais possíveis:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{\rm tot}} \qquad \Gamma_{\rm tot} = \sum_i \Gamma_i$$