5ª ESCOLA AVANÇADA DE FÍSICA EXPERIMENTAL DO CBPF

RIO DE JANEIRO - 03 A 14 FEVEREIRO DE 2020

Interação da radiação com a matéria

Alberto Reis

Radiação

"Radiação" designa qualquer tipo de partícula subatômica: elétrons, muons, prótons, neutrons, fótons, partículas alpha...

A detecção da radiação é feita através da sua interação com a matéria.

- fótons e partículas carregadas são detectadas pela interação eletromagnética com átomos do meio
- partículas neutras, como neutrons e kaons, são detectadas pela interação forte com os núcleos atômicos

Focalizaremos na detecção de partículas "rápidas":

$0.5 \lesssim \beta\gamma \lesssim 500$, relativistas, mas *non troppo*

Dois tipos de medidas:

Medidas não destrutivas, como posição, tempo de vôo, momentum, identificação.

- São baseadas na interação eletromagnética.
- Há apenas uma pequena perturbação no estado da partícula incidente: pequena transferência de energia para o meio, pequena alteração na sua trajetória

Medidas destrutivas, como energia.

- São baseadas nas interações eletromagnética (fótons e elétrons), e forte (demais partículas).
- A partícula incidente é destruída na interação.

Os processos físicos mais relevantes na interação de partículas carregadas com a matéria são comuns a todos os tipos de de partícula (ordem decrescente de seção de choque).

- colisões inelásticas com elétrons atômicos;
- espalhamento elástico Coulombiano;
- emissão de radiação Čerenkov;
- emissão de radiação de transição;
- emissão de radiação de frenagem ou *bremsstrahlung*.

- *A perda de energia das partículas incidentes é quase totalmente (~98%) devida às colisões com elétrons atômicos, com pequena transferência de energia.*
- *Elétrons incidentes recebem um tratamento especial: têm massa muito pequena, sua trajetória é bastante alterada pela interação; são indistinguíveis dos elétrons atômicos.*

Para todas as partículas mais pesadas que o elétron, *a perda de energia independe da natureza da partícula incidente*. A variável fundamental é a ***velocidade***.

A perda de energia é descrita em termos da *espessura de massa* ou *densidade de superfície*,

$$x \equiv \rho\, L\ (\mathrm{g/cm^2})$$

Essa unidade permite comparar a passagem de partículas em diferentes materiais. Consideremos o chumbo e nitrogênio:

$$\rho(Pb) = 11.35\ \mathrm{g/cm^3}, \qquad \rho(\mathrm{N_2}) = 0.808\ \mathrm{g/cm^3}$$

Uma placa de chumbo de espessura L =1 cm corresponde a uma densidade de superfície x =11.35 g/cm^3.

$$x = \rho(Pb) \times L = 11.35 \times 1\ \mathrm{cm}\ = \rho(N_2) \times L'$$

$$L' = \frac{\rho(Pb)}{\rho(N_2)} = 14.04 \text{ cm}$$

O número de átomos de chumbo em um cilindro de
1 cm² de base e 1 cm de comprimento
é igual ao número de moléculas de N_2 em um cilindro de
1 cm² de base e 14.04 cm de comprimento.

Diferentes tipos de partículas carregadas de mesma velocidade sofrem perdas de energia aproximadamente iguais ao atravessar espessuras de massas iguais.

O livre caminho médio (*mean free path*), um conceito básico, é a distância média entre duas colisões sucessivas.

Imagine um feixe com ***n*** partículas de mesmo tipo, atravessando um meio de espessura de massa ***dx***, densidade ρ e massa atômica ***A***.

O número de átomos por unidade de volume é

$$\rho_a = \frac{N_A\ (\text{atomos/mol}) \times \rho\ (\text{g/cm}^3)}{A\ (\text{g/mol})}\ ,$$

onde N_A é o número de Avogadro. Se σ é a seção de choque de interação, o número de partículas que interagem é

$$dn = n\ \frac{N_A\ \rho}{A}\sigma\ dx$$

O número de partículas do feixe que não interagiram após percorrerem uma distância ***x*** é

$$n(x) = n(0)\ e^{-\frac{N_A\ \rho}{A}\sigma x}$$

O livre caminho médio é definido como

$$< L >\equiv \frac{N_A\ \rho}{A}\sigma \quad (\text{cm}) \qquad \text{ou} \qquad < L\rho >\equiv \frac{N_A}{A}\sigma \quad (\text{g/cm}^2)$$

Partículas carregadas mais pesadas que o elétron

Ionização/excitação

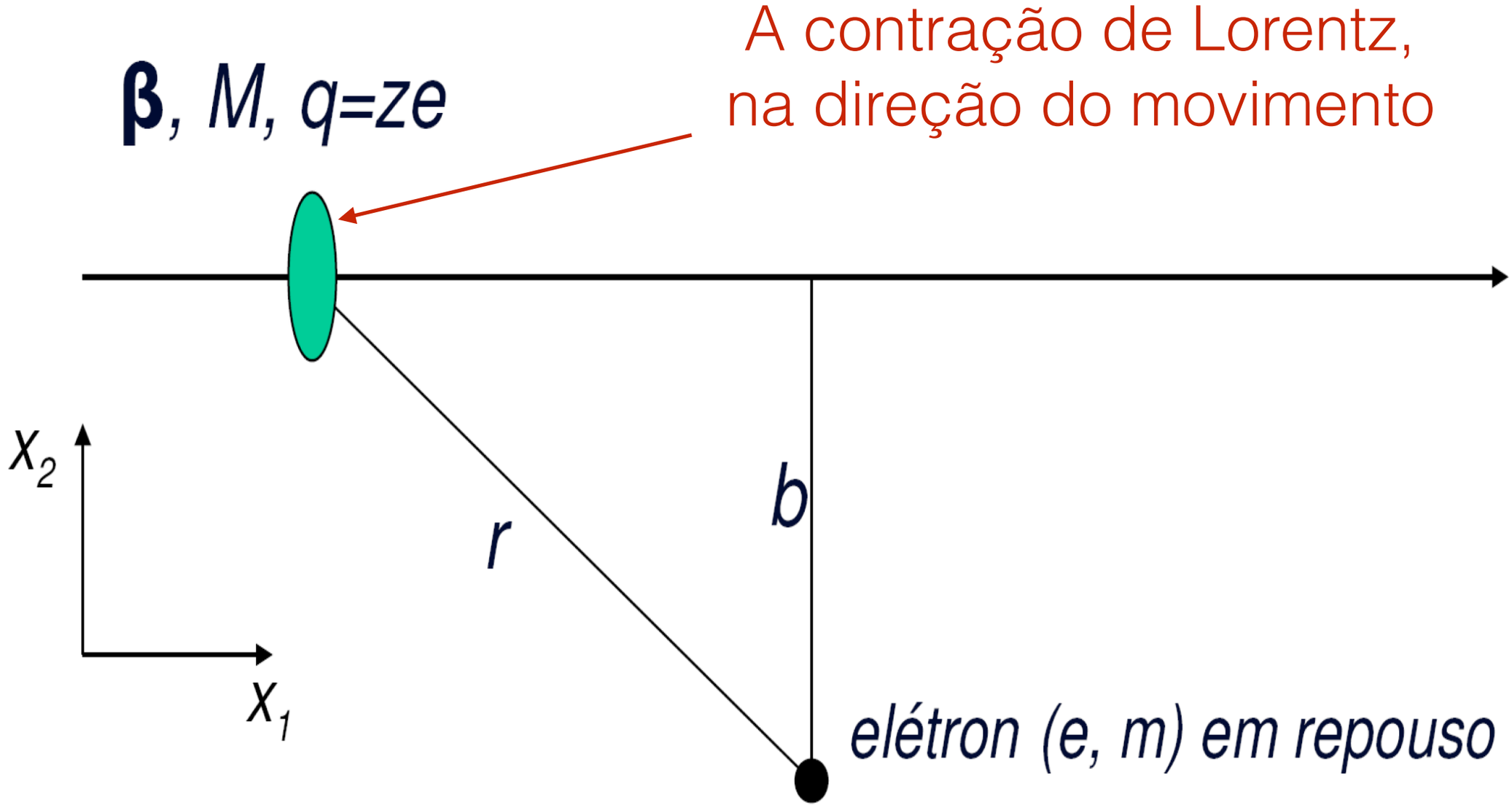
Para obter resultados exatos é necessário o tratamento quântico do problema. As características principais, no entanto, podem ser entendidas numa abordagem semi-clássica.

Inicialmente, consideremos o campo elétrico de uma partícula relativista com massa ***M*** e carga ***ze***, visto por um elétron livre e inicialmente em repouso (a energia de ligação dos elétrons atômicos e suas velocidades podem, por ora, ser ignoradas).

partícula incidente:

$$E = \gamma M c^2$$

$$p = \gamma \beta M c$$

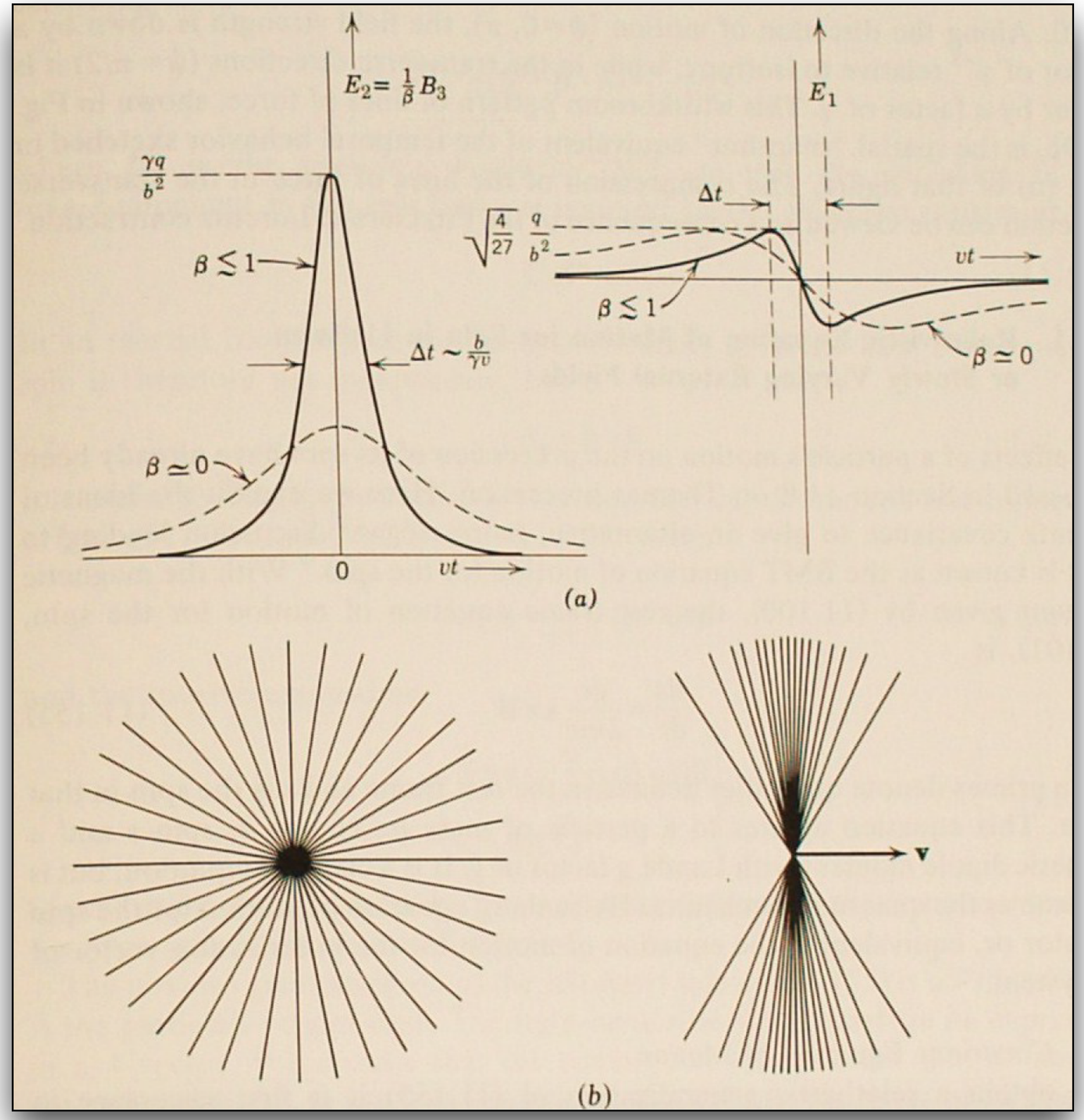


O campo elétrico da partícula incidente na posição do elétron atômico é $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_1(t) + \mathbf{E}_2(t)$

$$E_1(t) = -\frac{q\gamma\beta t}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}$$

$$E_2(t) = -\frac{\gamma q b}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}$$

O campo elétrico da partícula visto pelo elétron. A contração de Lorentz intensifica o campo na direção transversal



J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2a edição

A integral temporal da componente longitudinal $\mathbf{E}_1$ é sempre nula, independente da velocidade da partícula.

O impulso recebido pelo elétron atômico é devido apenas à integral temporal da componente transversal

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} eE_2(t)\, dt = \frac{2qe}{b\beta}$$

A energia transferida ao elétron depende, portanto, do parâmetro de impacto ***b***:

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{2q^2e^2}{m\beta^2}\,\frac{1}{b^2}$$

A colisão ocorre durante o intervalo de tempo em que a componente transversal tem variação apreciável

$$\Delta t \simeq \frac{b}{\gamma\beta}$$

O valor mínimo de ***b*** é determinado pelo valor máximo da energia transferida. A máxima transferência ocorre quando, no sistema de repouso da partícula incidente, o elétron atômico tem sua direção de movimento revertida:

$$\Delta E_{\max} = \frac{2m\gamma^2\beta^2}{1 + 2\gamma(m/M) + (m/M)^2} \simeq 2m\gamma^2\beta^2,$$

$$\Delta E_{\max} = \frac{2q^2e^2}{m\beta^2}\,\frac{1}{b_{\min}^2} = 2m\gamma^2\beta^2\ , \qquad b_{\min} = \frac{qe}{\gamma m\beta^2}$$

Uma forma mais correta para a energia transferida seria

$$\Delta E(b) \simeq \frac{2q^2e^2}{m\beta^2}\,\left(\frac{1}{b_{\min}^2 + b^2}\right)$$

Em colisões muito distantes a energia de ligação do elétron e seu movimento devem ser considerados. Num modelo simples, considera-se a frequência orbital média, ω, dos elétrons. O valor máximo do parâmetro de impacto é

$$\Delta t(b_{\max}) \sim \frac{1}{\omega}\,, \qquad\qquad b_{\max} = \frac{\gamma\beta}{\omega}$$

O efeito global sobre a partícula incidente é a soma de muitas colisões individuais e sucessivas, com uma pequena perda de energia em cada uma. Colisões simultâneas com dois ou mais átomos são desprezadas nesse modelo simples.

A energia transferida por unidade de comprimento é

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} db\, b\, \Delta E(b)$$

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi\rho_e \frac{z^2 e^4}{m\beta^2} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{1}{b}\, db$$

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi\rho_e \frac{z^2 e^4}{m\beta^2} \ln B\,, \qquad B = \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \simeq \frac{\gamma^2 m\beta^3}{ze^2\omega}$$

Lembrando que

$$\Delta E(b) = \frac{2q^2 e^2}{m\beta^2} \frac{1}{b^2} \quad \rightarrow \quad b = \frac{2q^2 e^2}{m\beta^2} \frac{1}{(\Delta E(b))^2}\,,$$

a seção de choque em uma colisão com transferência de energia ε e a um parâmetro de impacto b é

$$d\sigma(b) = 2\pi b\, db = \frac{2q^2 e^2}{m\beta^2} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{2q^2 e^2}{m\beta^2} \frac{1}{\varepsilon^2}$$

Num intervalo reduzido de energias transferidas, a fórmula clássica é muito próxima à quântica (para partículas incidentes sem spin), consequência de a choque de Rutherford ser válida tanto no regime clássico como no quântico.

Tanto em colisões frontais como nas distantes, a fórmula clássica superestima consideravelmente a perda de energia.

A natureza ondulatória da matéria e o princípio de incerteza impõem limitações à aplicabilidade do conceito de trajetória.

Na formulação clássica o espectro de energia transferida é contínuo. O espectro de absorção de átomos reais é discreto.

No tratamento quântico (Hans Bethe) as colisões são divididas em dois tipos, de acordo com a energia transferida. Pode-se, *grosso modo*, associar maiores ou menores transferências de energia com colisões frontais ou distantes.

A escala de energia η que separa os dois regimes é arbitrária, mas é usual considerar o valor de ~50 KeV como divisor.

Nas colisões distantes a partícula interage com o átomo como um todo, e as propriedades atômicas são importantes.

Nas colisões frontais (mais raras) os elétrons atômicos podem ser considerados partículas livres, em boa aproximação.

Na formulação de Bethe a partícula incidente é tratada como onda plana. O uso de espinores de Dirac permite incluir partículas com spin (prótons, por ex.).

As probabilidades de transição atômica (ionização ou excitação) são computadas tratando a interação Coulombiana perturbativamente (aproximação de Born).

Em colisões "frontais" ($\varepsilon > \eta$) a perda de energia é

$$\frac{dE}{dx} = \rho_e \int_{\eta}^{T_{\max}} \varepsilon \, \frac{d\sigma}{d\varepsilon}(E, \varepsilon) \, d\varepsilon \,, \qquad \rho_e = \frac{\rho \, N_A \, Z}{A}$$

$d\sigma/d\varepsilon$ é a seção de choque de uma partícula incidente com energia ***E*** que transfere uma energia ε a um elétron livre.

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 2\pi \frac{e^4}{m} \frac{1}{\beta\varepsilon} \left(1 - \beta^2 \frac{\varepsilon}{T_{\max}} \right) \qquad \text{spin 0}$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 2\pi \frac{e^4}{m} \frac{1}{\beta\varepsilon} \left[1 - \beta^2 \frac{\varepsilon}{T_{\max}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{E+m} \right)^2 \right] \qquad \text{spin 1/2}$$

Na formulação de Bethe a perda de energia total é a soma de colisões próximas e distantes. O valor de η não é relevante

Lembrando que o valor máximo de energia transferível a um elétron livre, $T_{max,}$ é dado por

$$T_{\max} = \frac{2m\beta^2\gamma^2}{1 + 2\gamma m/M + (m/M)^2}$$

a fórmula de Bethe, válida para meios não muito densos, é

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{\max}}{I} - \beta^2 \right)$$

Efeito de densidade

A fórmula de Bethe pressupõe que a partícula incidente interage com um átomo de cada vez.

Partículas muito energéticas em meios densos interagem com muitos átomos ao mesmo tempo. A polarização do meio acarreta uma redução na transferência de energia.

O "efeito de densidade" implica a adição de um termo de correção empírico, (valores tabulados para diferentes materiais):

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = K \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{\max}}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma\beta)}{2} \right)$$

Para partículas muito energéticas, $\frac{\delta(\gamma\beta)}{2} \approx \ln \gamma\beta$

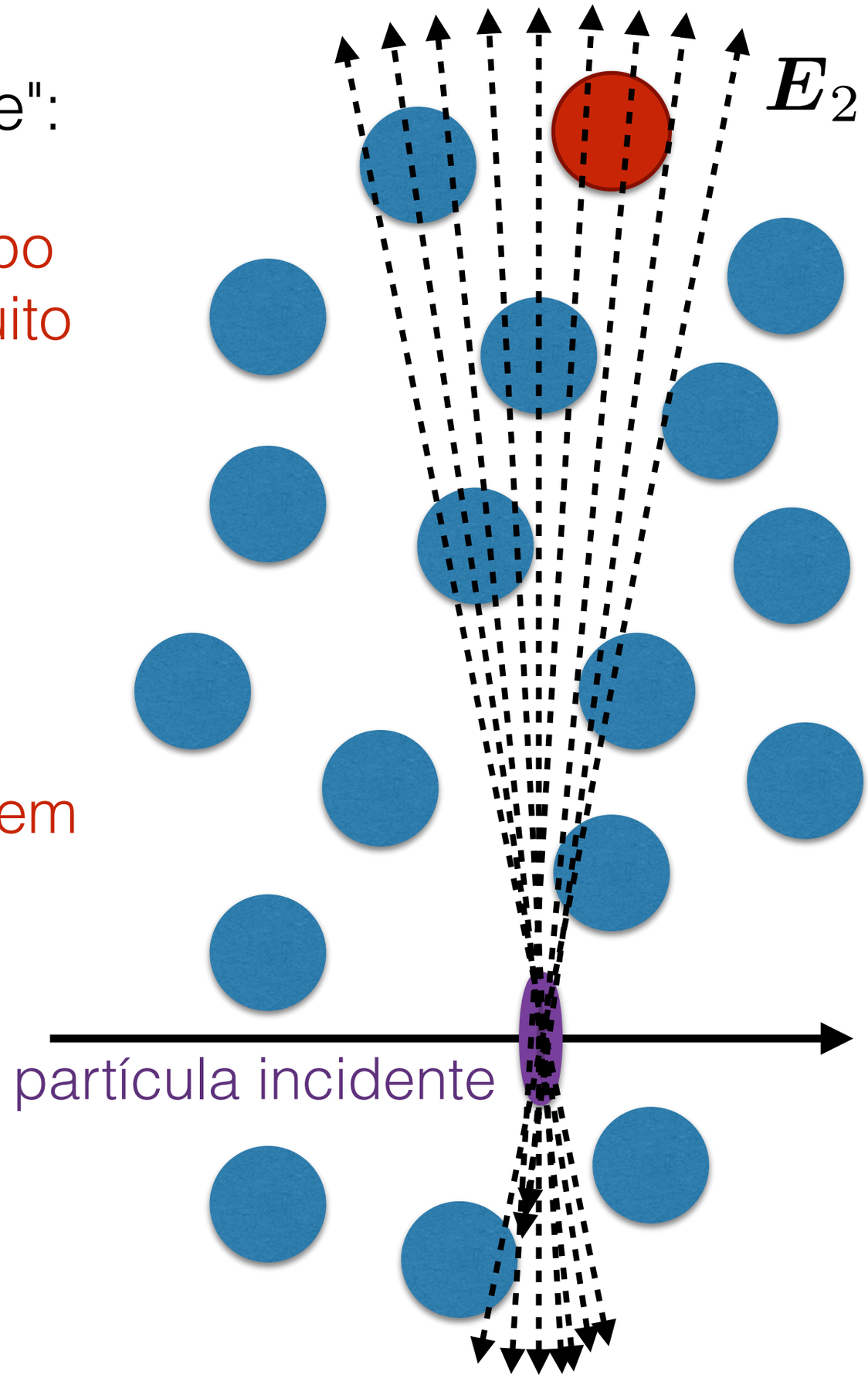
Ilustração do "efeito de densidade":

- A componente transversal do campo elétrico da partícula incidente é muito intensa, $\boldsymbol{E}_2 \propto \gamma b$.

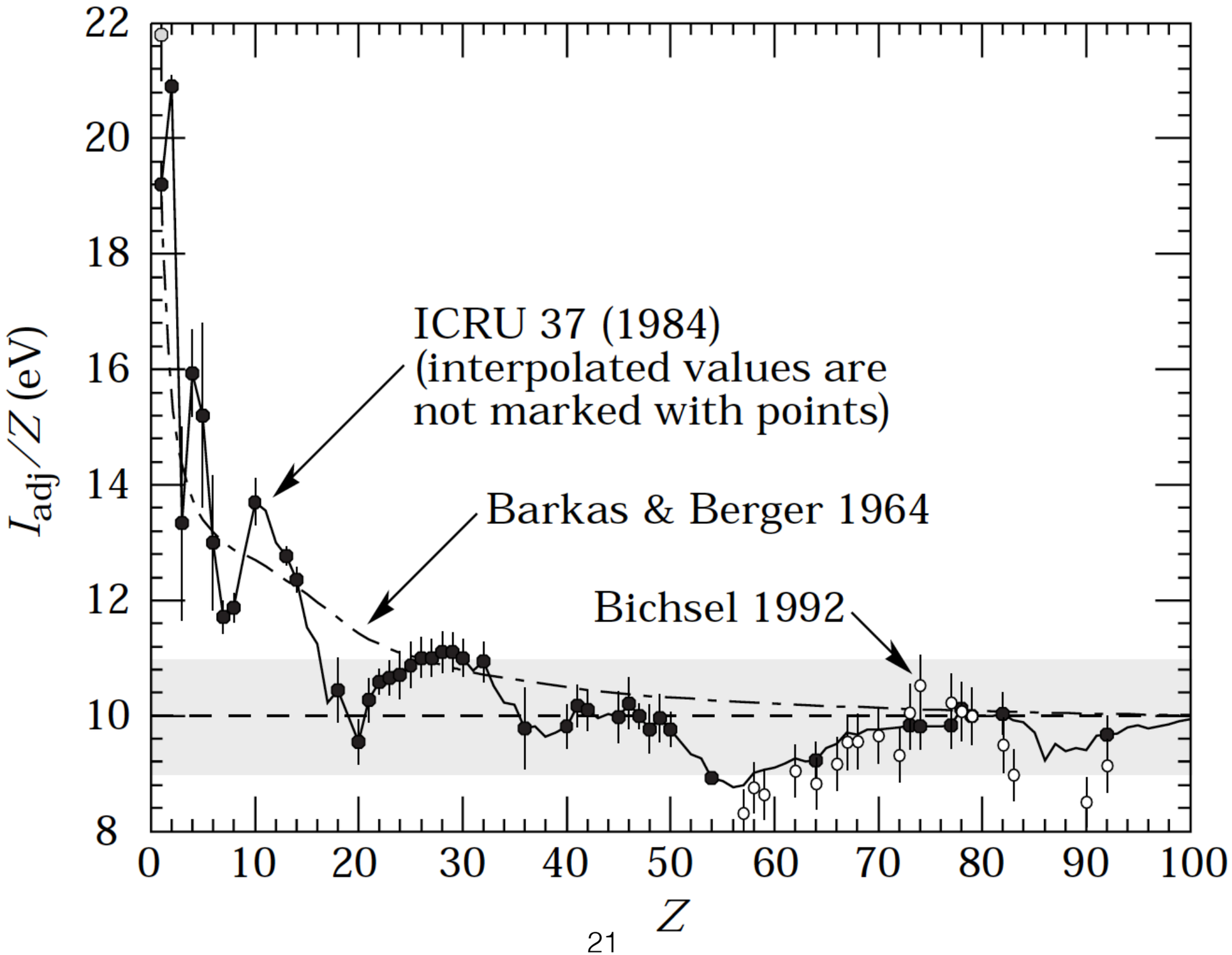
- A partícula incidente interage com muitos átomos ao mesmo tempo.

- Esses átomos, por sua vez, diminuem o campo efetivo em uma posição específica (átomo em vermelho).

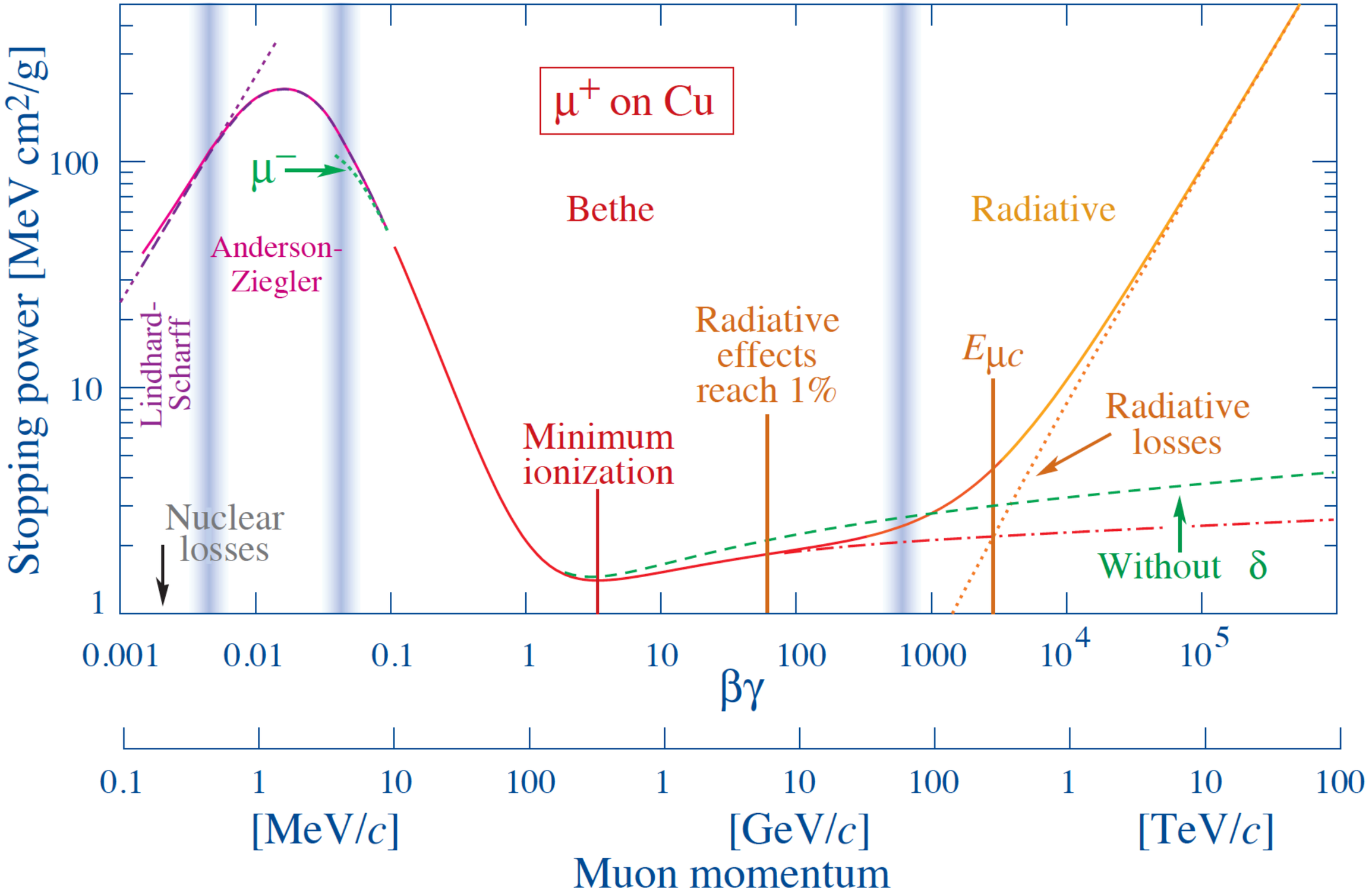
- Como consequência, a partícula incidente transfere menos energia do que se estivesse no vácuo.



A determinação da energia média de excitação, *I*, é a principal dificuldade na aplicação da fórmula de Bethe.

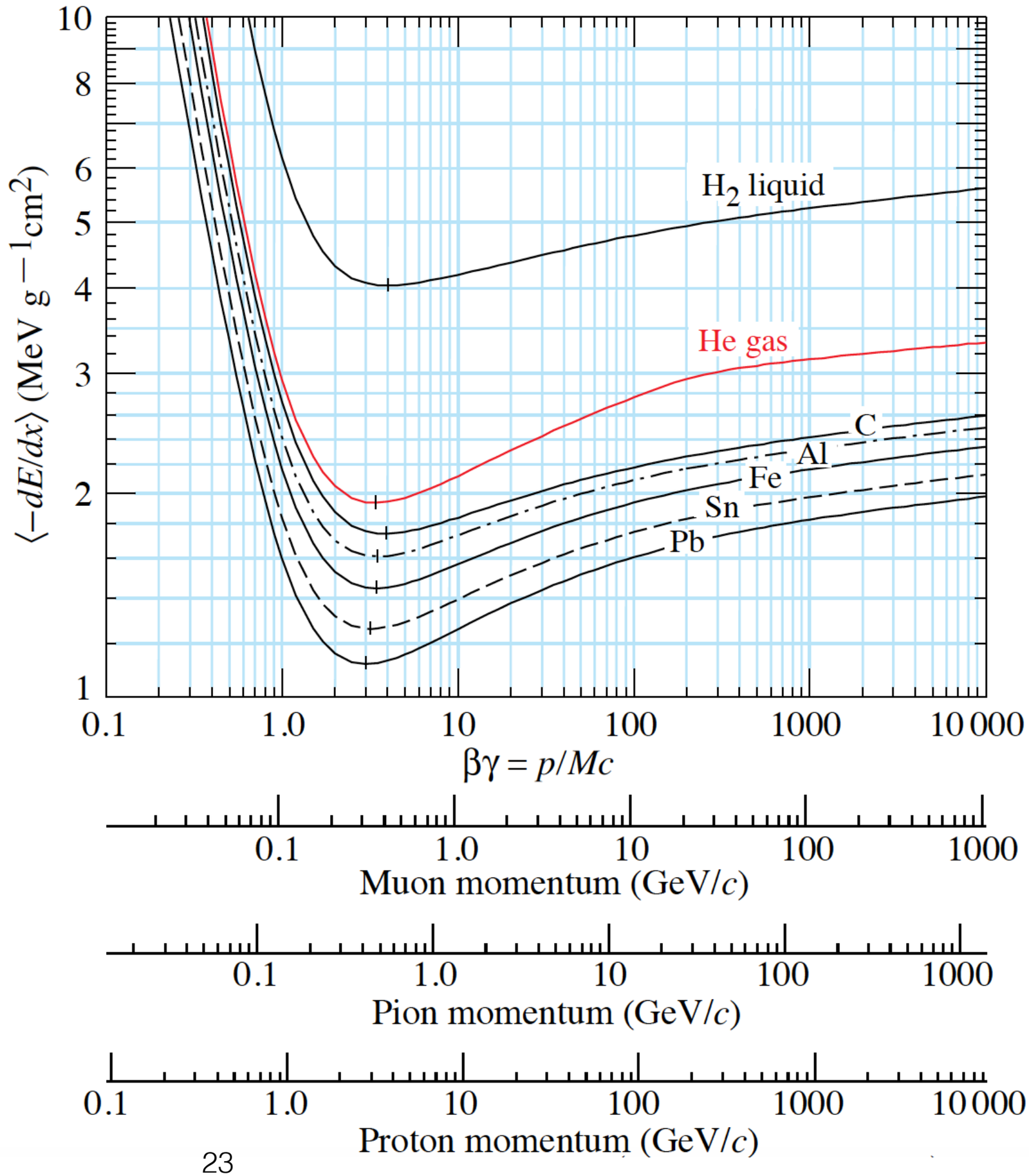


Perda de energia média, ou *stopping power*, de muons incidindo sobre cobre, em função do momento e de $\beta\gamma$



Stopping power de muons em diferentes materiais.

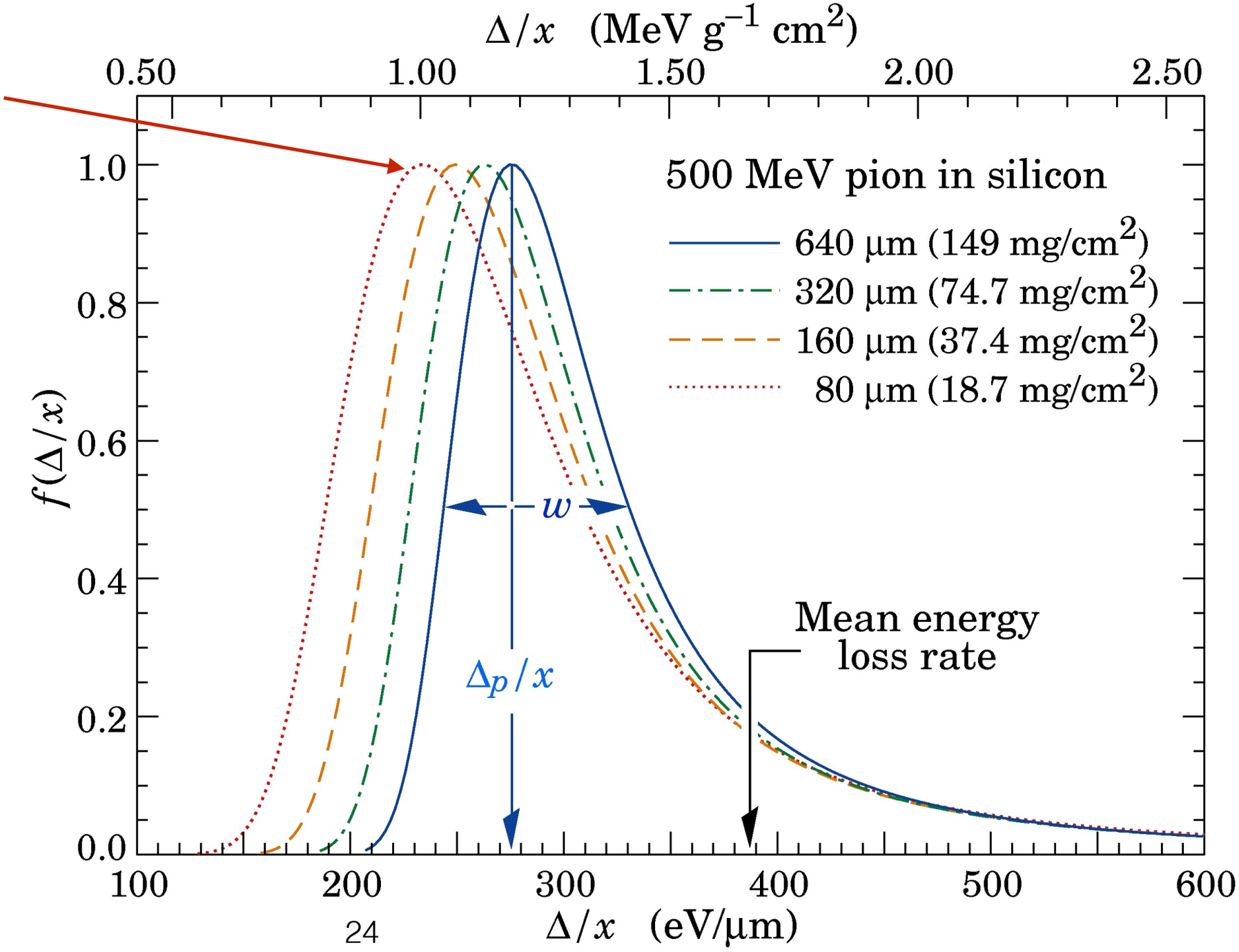
Exceto pelo hidrogênio, partículas de mesma velocidade sofrem perdas de energia similares em diferentes materiais

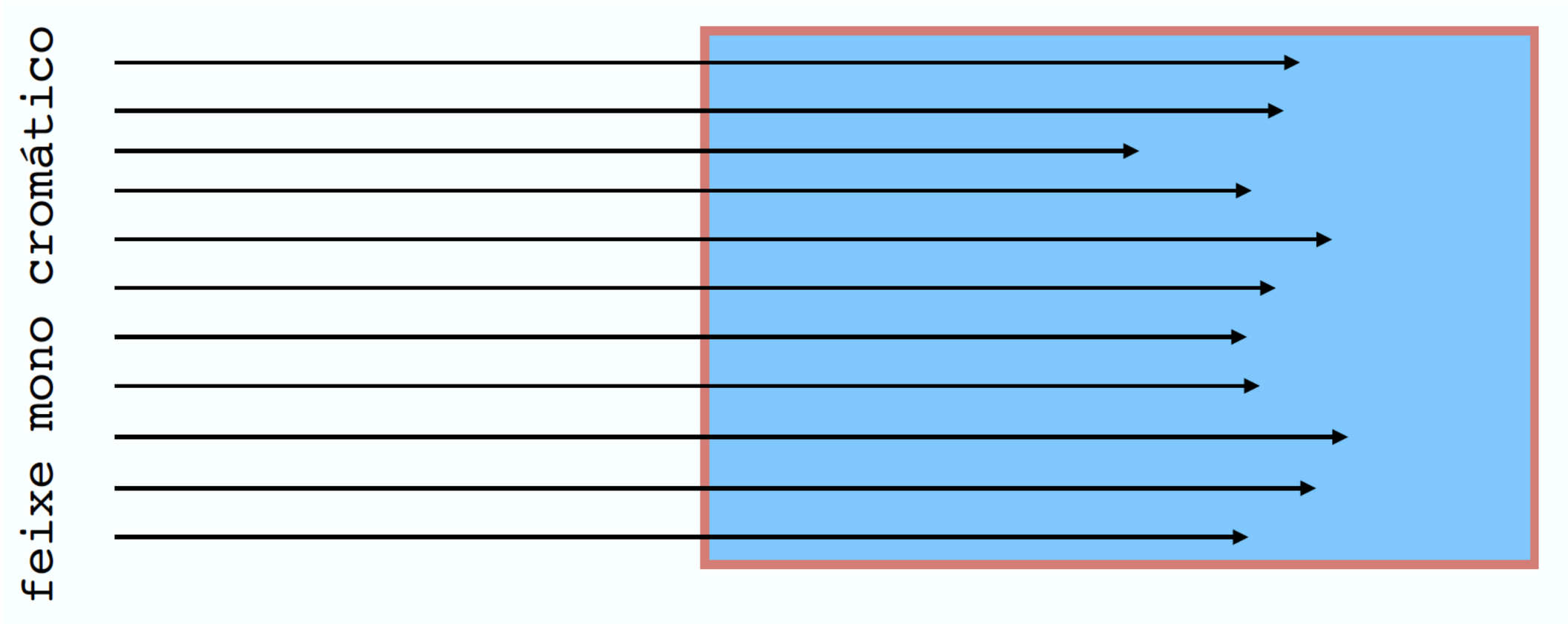


A fórmula de Bethe fornece apenas o valor médio da perda de energia, que é um processo estocástico. Colisões frontais são raras, mas fazem com que o valor médio da perda de energia seja muito diferente do valor mais provável.

curva de Landau

Distribuição de perda de energia: pions de 500 MeV em uma camada de silício, com diferentes valores de espessura.





Em um feixe mono-energético que atravessa um material, cada partícula perderá uma quantidade de energia diferente.

Se a espessura é suficientemente grande, todas as partículas serão absorvidas, cada uma em uma posição diferente.

O alcance médio é definido como a distância percorrida até que metade das partículas sejam absorvidas.

O valor médio da energia transferida por ionização/excitação pode ser relacionado ao número de pares elétron-íon formados ao longo da trajetória da partícula.

$$n_{\mathrm{T}} = \frac{\Delta E}{W}$$

A energia média requerida para formar um par elétron-íon, ***W,*** é maior que o potencial de ionização, pois elétrons de camadas mais internas podem ser ionizados.

Em gases temos W~30 eV. Para o argônio, por ex., isso significa cerca de 90 pares elétron-íon por cm de espessura.

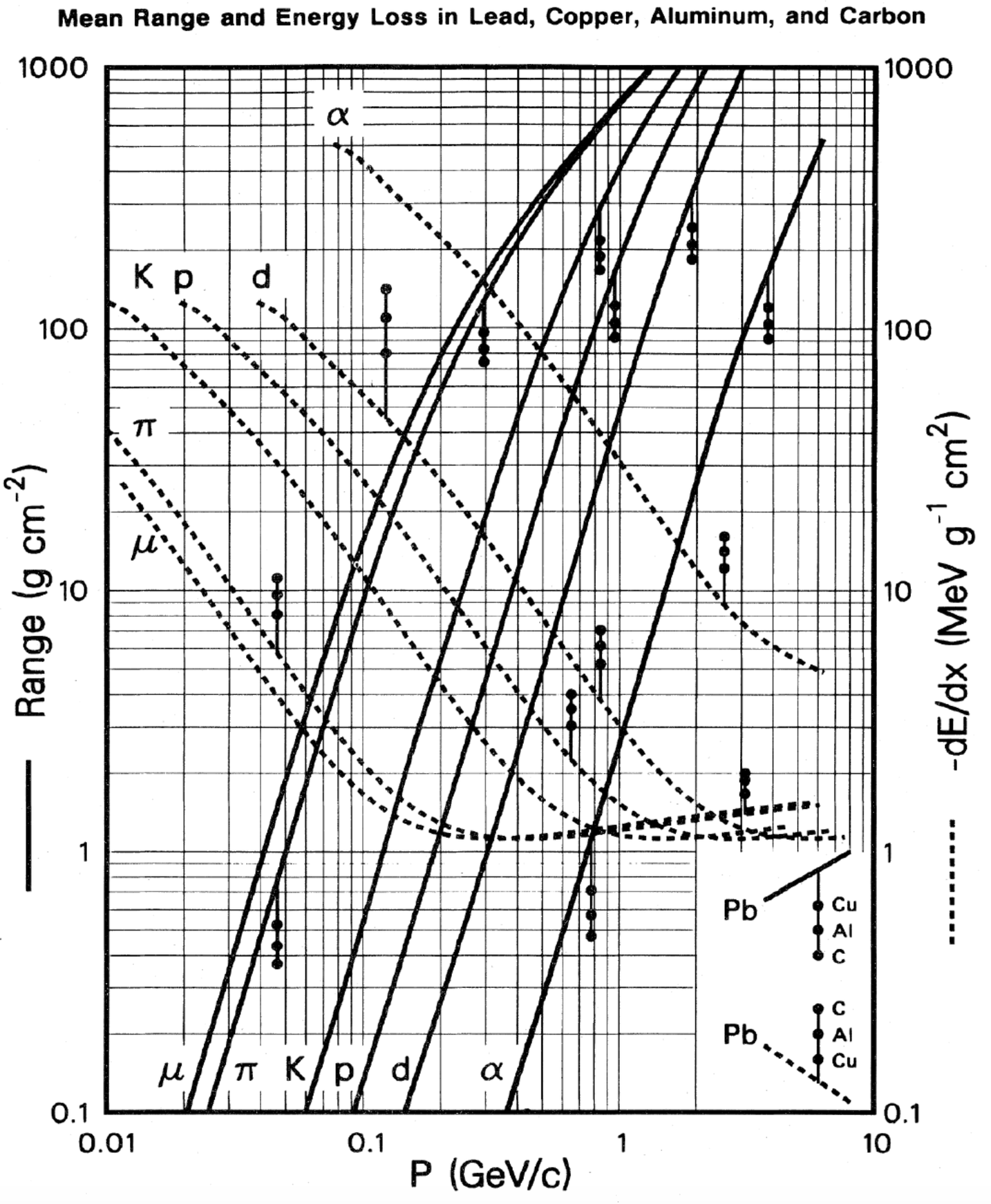
Em detectores de estado sólido, partículas carregadas produzem pares elétron-"buraco" requerendo uma energia ~10 vezes menor, causando sinais bem mais robustos.

A perda de energia pode ser usada para determinar a massa da partícula (identificação de partículas).

Partículas de mesma velocidade têm momentos diferentes,

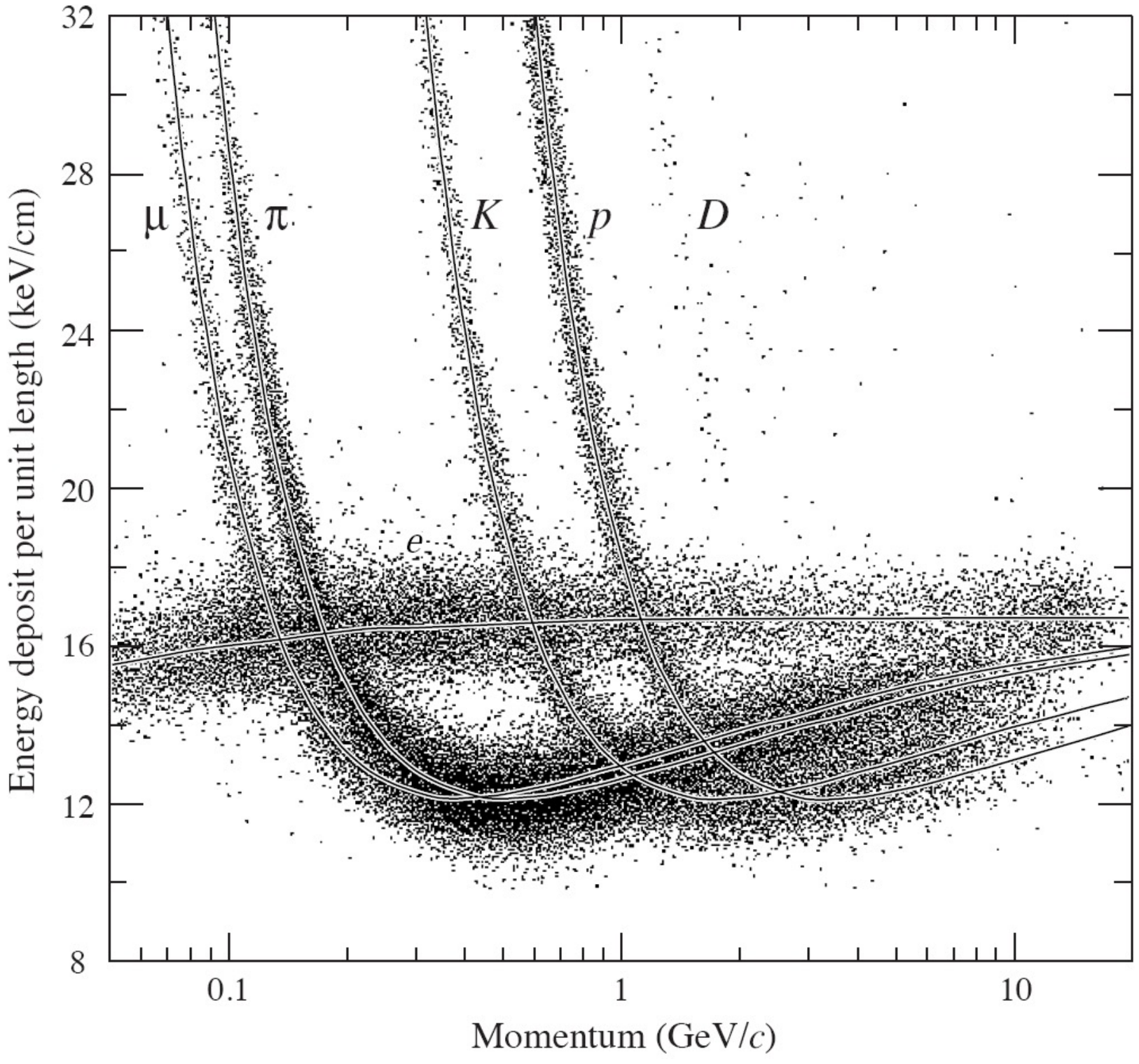
$$p = \gamma\beta Mc$$

Medindo o momento e a energia transferida para o meio, podemos determinar a massa da partícula.



Distribuição de perda de energia por unidade de espessura de massa, dE/dx, em função do momento.

Esse método se restringe a partículas de baixo momento. Uma boa separação é obtida até ~1 GeV



Resumo da aula anterior

Os processos físicos mais relevantes na interação de partículas carregadas com a matéria são comuns a todos os tipos de de partícula (ordem decrescente de seção de choque).

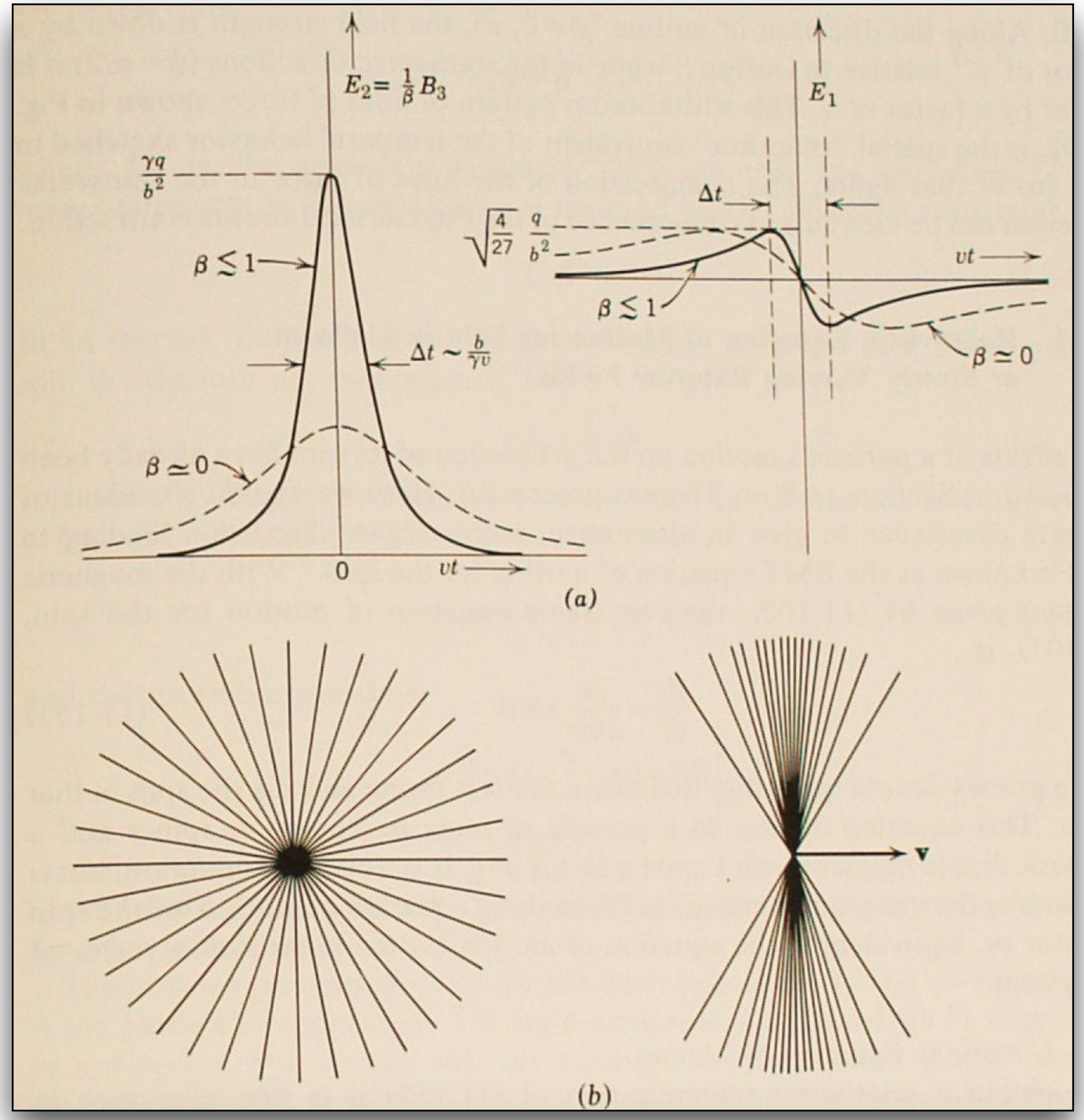
- colisões inelásticas com elétrons atômicos;
- espalhamento elástico Coulombiano;
- emissão de radiação Čerenkov;
- emissão de radiação de transição;
- emissão de radiação de frenagem ou *bremsstrahlung*.

- *A perda de energia das partículas incidentes é quase totalmente (~98%) devida às colisões com elétrons atômicos, com pequena transferência de energia.*
- *Elétrons incidentes recebem um tratamento especial: têm massa muito pequena, sua trajetória é bastante alterada pela interação; são indistinguíveis dos elétrons atômicos.*

$$E_1(t) = -\frac{q\gamma\beta t}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}$$

$$E_2(t) = -\frac{\gamma q b}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}$$

O campo elétrico da partícula visto pelo elétron. A contração de Lorentz intensifica o campo na direção transversal



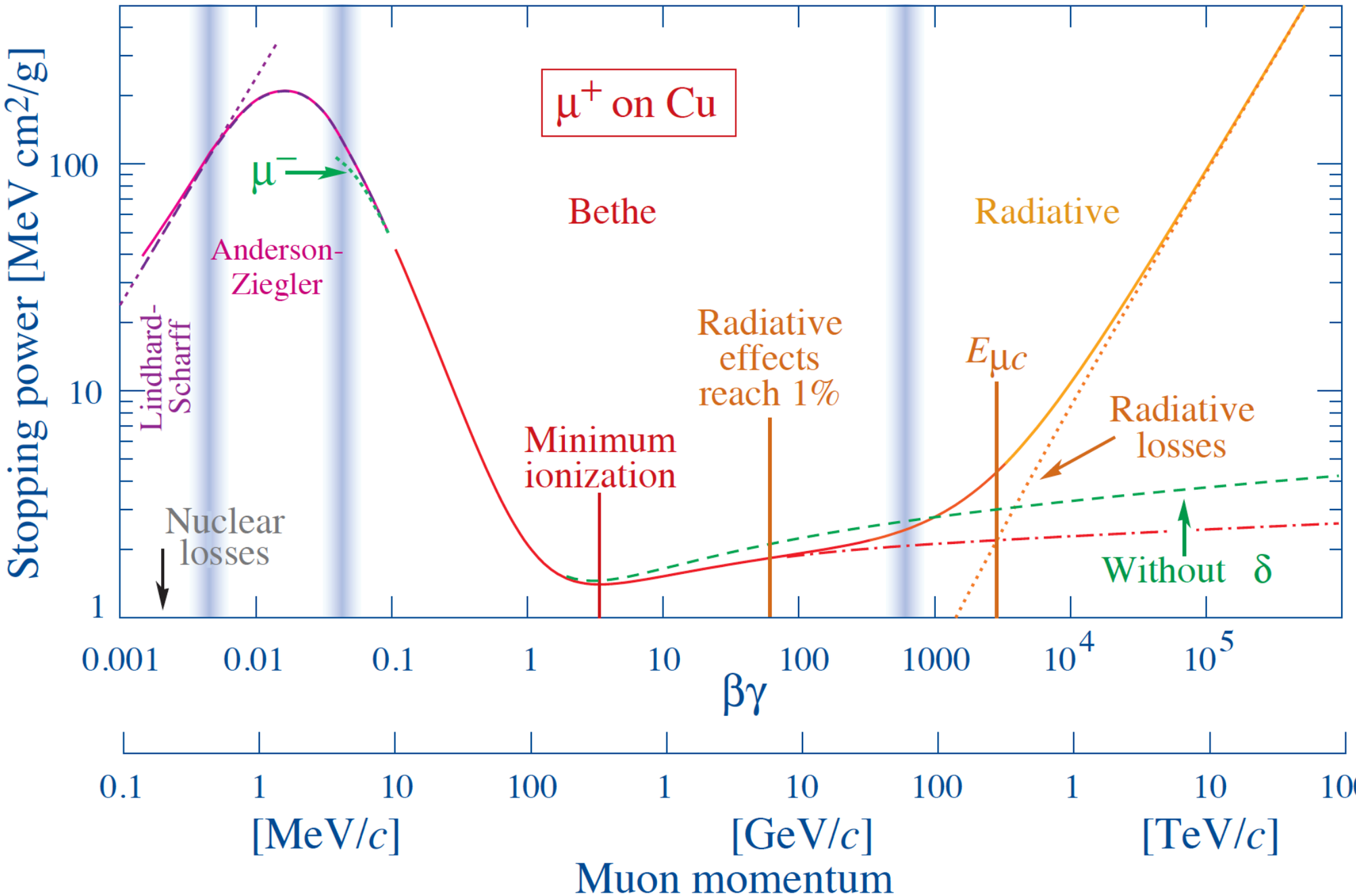
J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2a edição

Fórmula de Bethe-Bloch:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = K \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{\max}}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma\beta)}{2} \right)$$

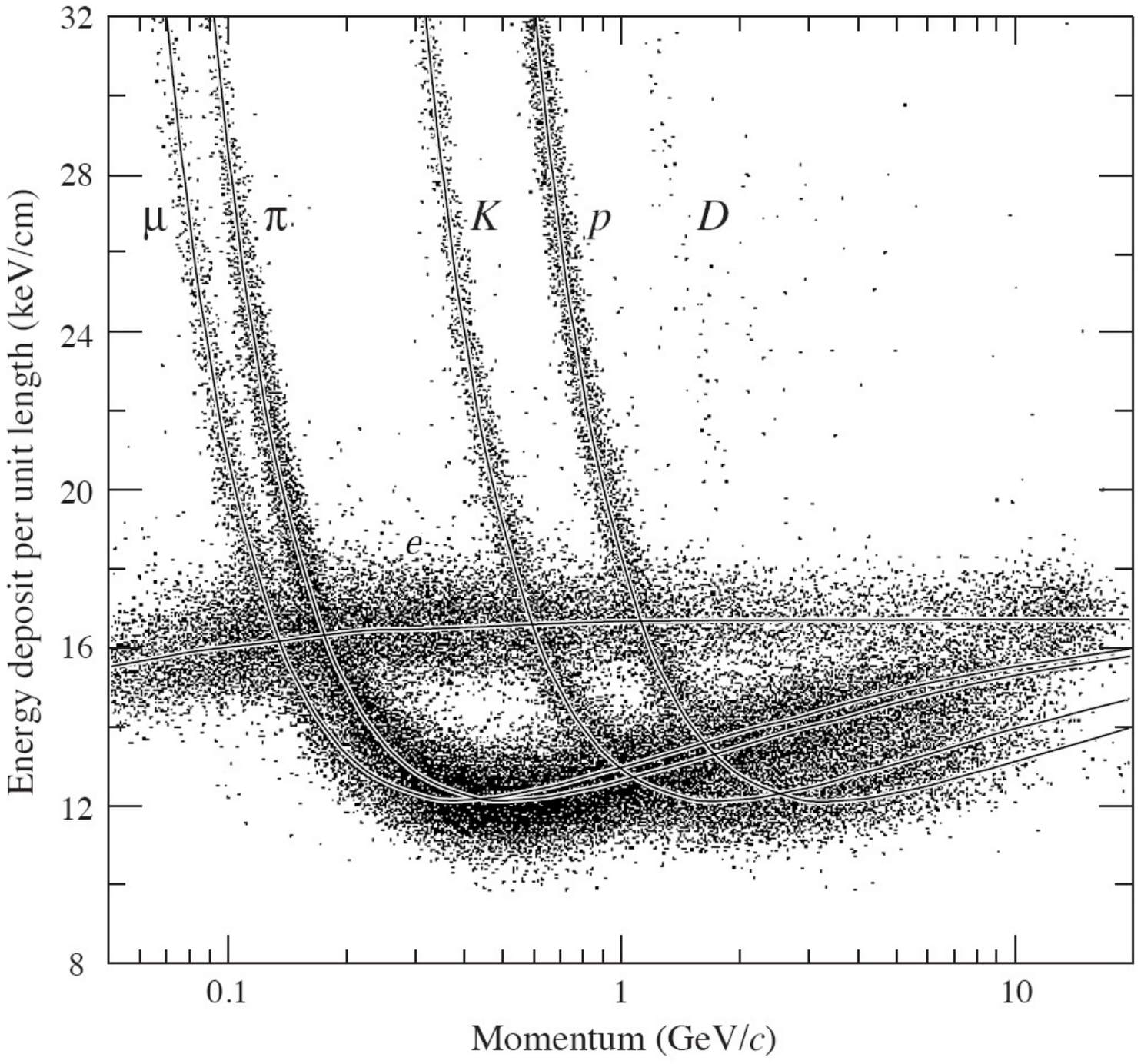
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$



- Partículas carregadas de mesma **velocidade** sofrem perdas de energia iguais ao atravessar espessuras de massas iguais.

- Partículas diferentes que tenham a mesma velocidade têm momentum diferentes.



- A medida da perda média de energia em função do **momentum** permite determinar o tipo de partícula incidente.

Espalhamento Coulombiano múltiplo

Partículas moderadamente relativísticas atravessando um meio não muito espesso (uma câmara multi-filar, por ex.) perdem uma pequena fração de sua energia. Mais de 90% da perda ocorre por ionização ou excitação atômica.

A partícula incidente também interage com o campo dos núcleos atômicos. Como estes têm massa muito maior, a trajetória da partícula incidente sofre uma pequena alteração sem que haja transferência de energia apreciável

O efeito cumulativo de muitas colisões sucessivas é conhecido como Espalhamento Coulombiano múltiplo, ou *multiple scattering*. É inevitável e causa uma limitação na capacidade de determinação das trajetórias

Novamente exploramos o limite clássico: uma partícula de carga ***ze*** e momentum $p = M\gamma\beta c$ sendo espalhada por um núcleo puntiforme de carga ***Ze***, a um parâmetro de impacto ***b***

momentum transferido: $\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} eE_2(t)dt = \frac{2ze^2}{bv}$

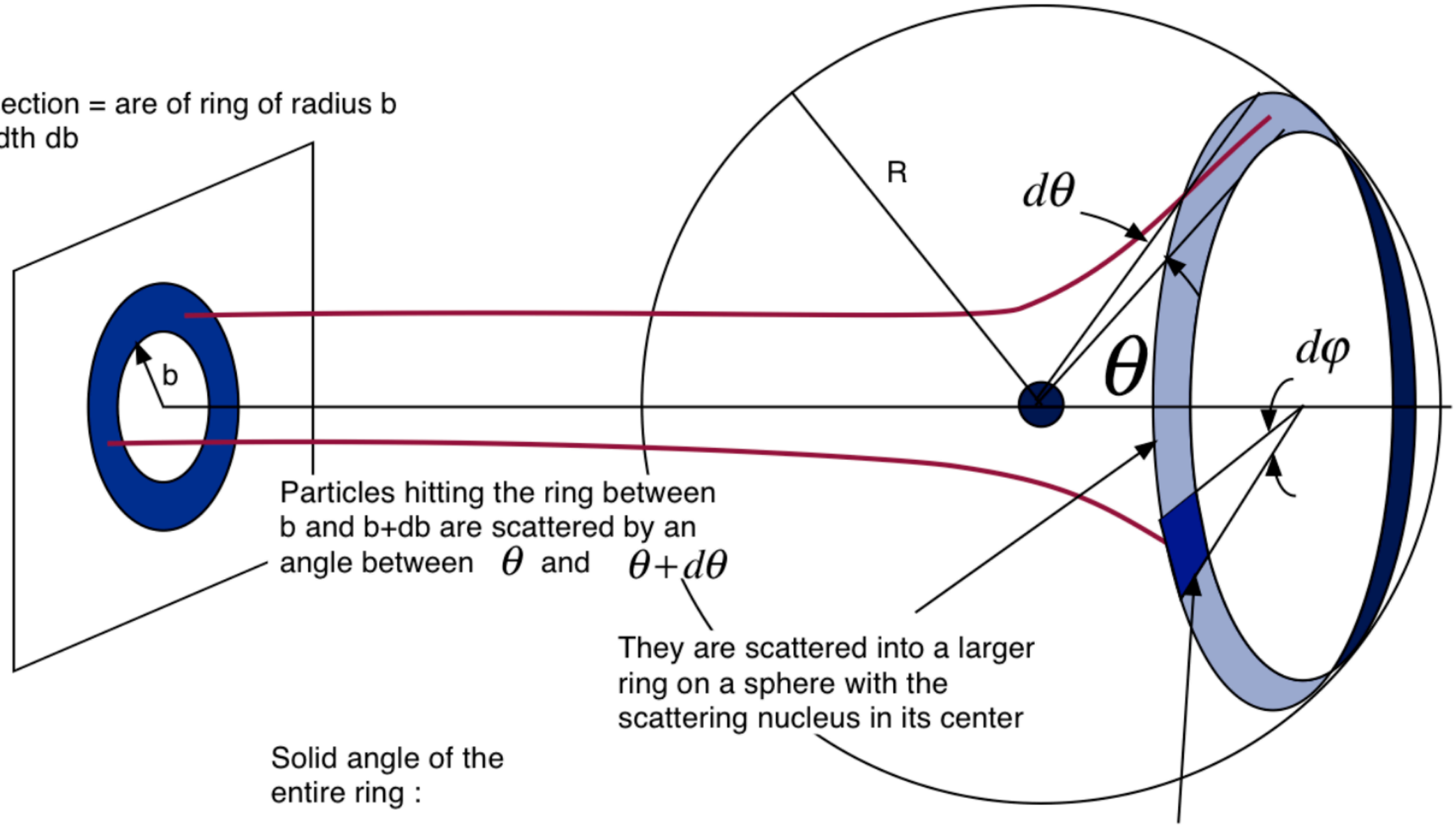
ângulos pequenos: $\Delta p \ll p,\ \theta \simeq \frac{\Delta p}{p} \longrightarrow \theta \simeq \frac{2zZe^2}{pvb}$

A seção de choque diferencial é definida pela relação

$$nb\ db\ d\phi = n\frac{d\sigma}{d\Omega}\sin\theta\ d\theta\ d\phi \qquad (n = \text{fluxo incidente})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

cross section = are of ring of radius b
and width db



Solid angle of the
entire ring :

$$d\Omega = \frac{2\pi R\sin(\theta)Rd\theta}{R^2} = 2\pi\sin(\theta)d\theta$$

solid angle of
small area:

$$d\Omega = \frac{d\varphi R\sin(\theta)Rd\theta}{R^2} = \sin(\theta)d\theta d\varphi$$

http://wanda.fiu.edu/teaching/courses/Modern_lab_manual/Rutherford.htm

Espalhamento a grandes ângulos ($\theta > 10^\circ$) é um processo raro.
A seção de choque de Rutherford para pequenos ângulos:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{2pv}\right)^2 \mathrm{cosec}^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \left(\frac{2zZe^2}{pv}\right)^2 \frac{1}{\theta^4}$$

A grandes parâmetros de impacto (ângulos muito pequenos),
o campo elétrico dos elétrons blinda o campo dos núcleos.
Potencial Coulombiano dos núcleos, no modelo de Thomas-Fermi:

$$V(r) \simeq \frac{zZe^2}{r} e^{-r/a}\,, \qquad a \simeq \frac{\hbar^2}{\alpha mcZ^3}$$

Uma forma mais correta da seção de choque é

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \left(\frac{2zZe^2}{pv}\right)^2 \frac{1}{(\theta^2 + \theta_{\mathrm{min}}^2)^2}$$

Uma estimativa do valor de $\theta_{\min}$ é obtida considerando que a incerteza na trajetória deve ser menor raio atômico ***a***.

$$\Delta x < a, \;\; \Delta p > \hbar/a \longrightarrow \theta_{\min} \simeq \frac{\hbar}{pa} \simeq \alpha Z^{1/3} \frac{mc}{p}$$

A quantidade relevante é o desvio quadrático médio após a partícula atravessar um meio de espessura ***L*** e densidade ρ_a

$$\langle \theta^2 \rangle = L\rho_a \int \theta^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Na aproximação de pequenos ângulos a probabilidade de desvio angular na trajetória da partícula incidente segue uma distribuição Gaussiana

$$P(\theta) = \frac{2\theta}{\langle \theta^2 \rangle} \exp\left(\frac{-\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle}\right)$$

Radiação Cerenkov

A emissão de radiação Cerenkov é uma resposta coletiva do meio à passagem da partícula incidente, quando sua velocidade é maior que a da luz nesse meio,

$$\beta > \frac{c}{n(\omega)}$$

A radiação Cerenkov são fótons na frequência do visível. É uma das principais formas de identificação de partículas.

A partícula incidente transfere ao meio apenas 0.1% da energia total transferida. Como o número de fótons emitidos é pequeno, o fenômeno está sujeito a grandes flutuações.

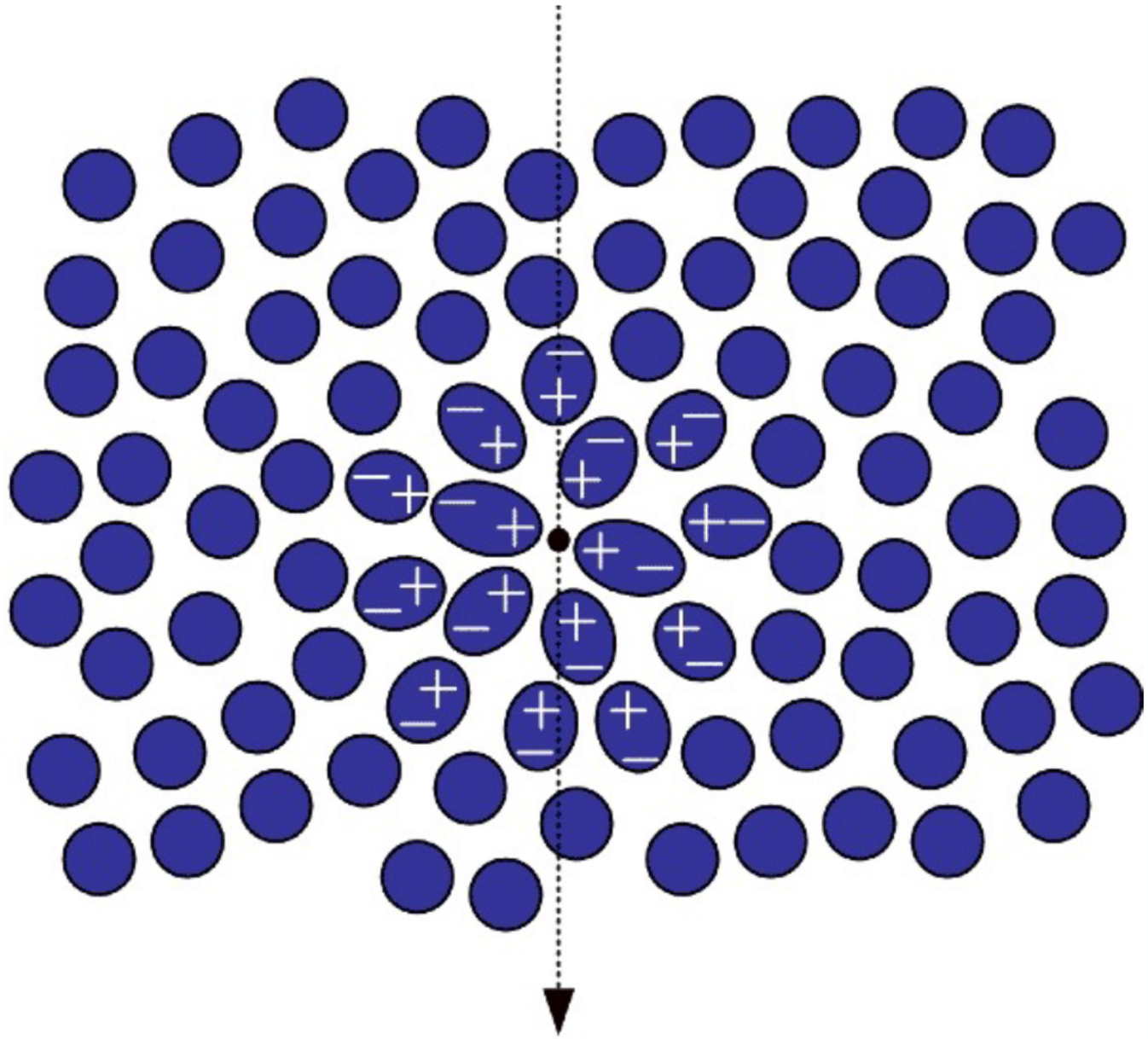
Os fótons são emitidos em um cone centrado na trajetória da partícula incidente, cuja abertura depende da velocidade:

$$\cos\theta_C = \frac{1}{\beta n(\omega)}$$

A passagem da partícula polariza o meio momentaneamente.

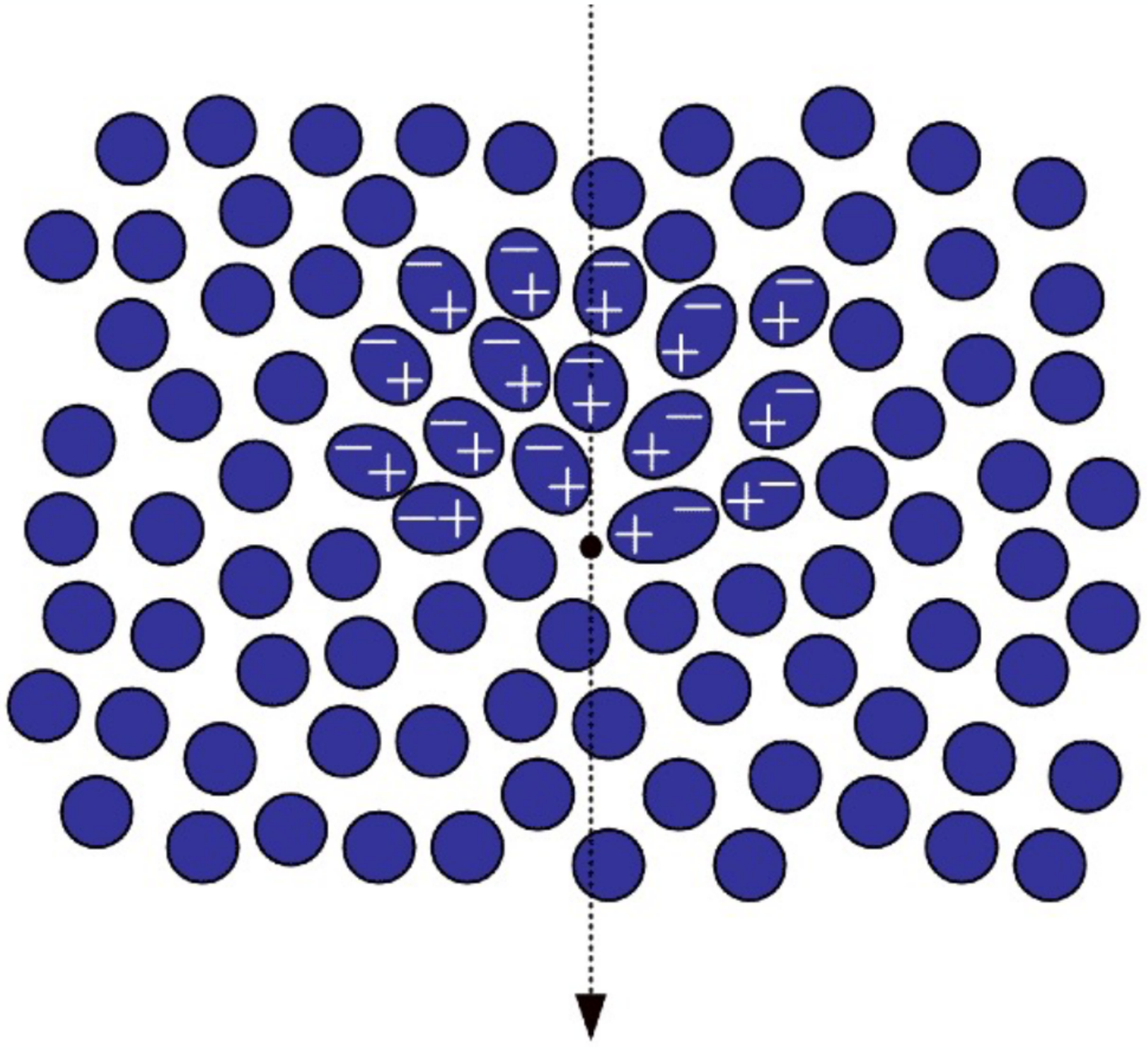
Se a velocidade é menor que a da luz no meio, não há polarização resultante.

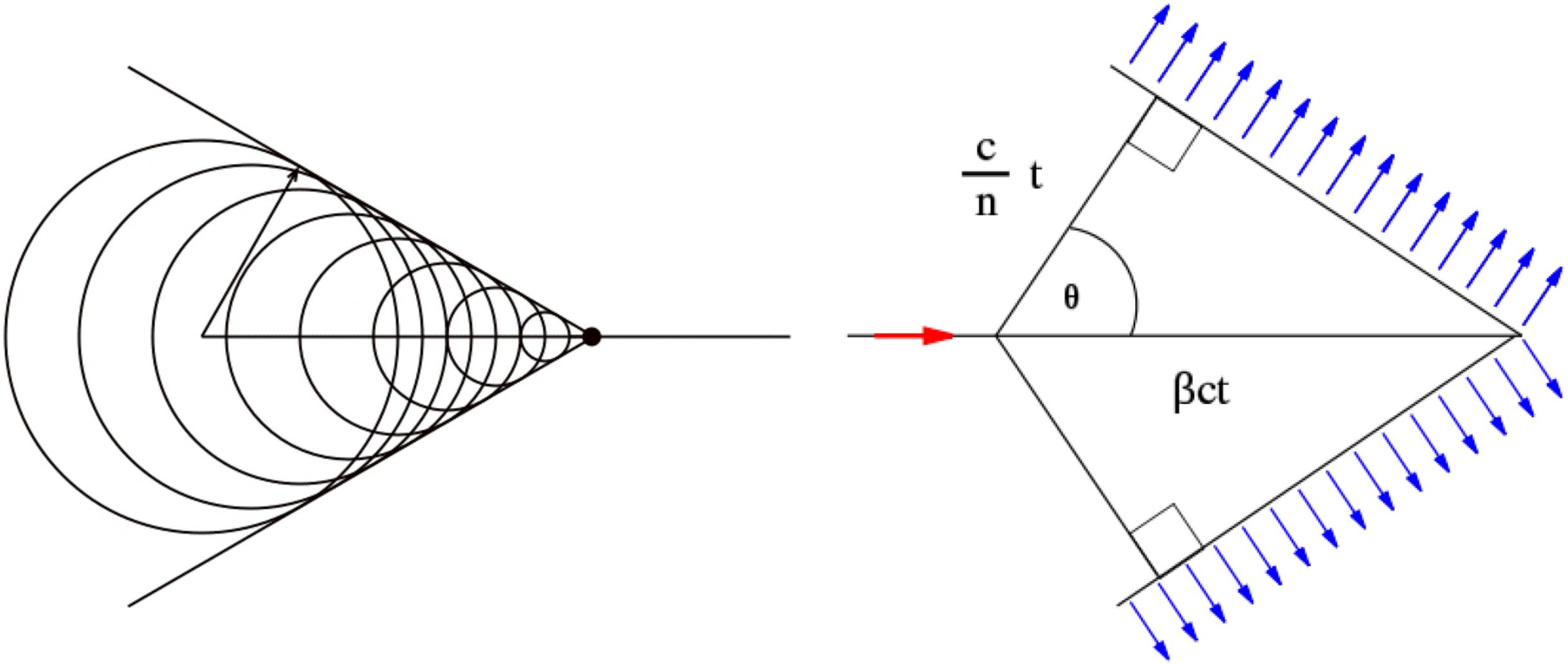
O meio se despolariza de forma incoerente



Quando a velocidade é maior que a da luz no meio, a partícula deixa atrás de si um cone de dipolos, formando um momento de dipolo resultante.

A polarização se desfaz de forma coerente, com emissão de luz na frequência do visível: é a radiação Cerenkov.





A radiação Cerenkov é um exemplo da universalidade dos fenômenos ondulatórios. Uma "onda de choque luminosa" é formada quando a partícula está sempre à frente da perturbação que causa no meio onde se propaga.

Performance do detector tipo RICH, do experimento Hera-b

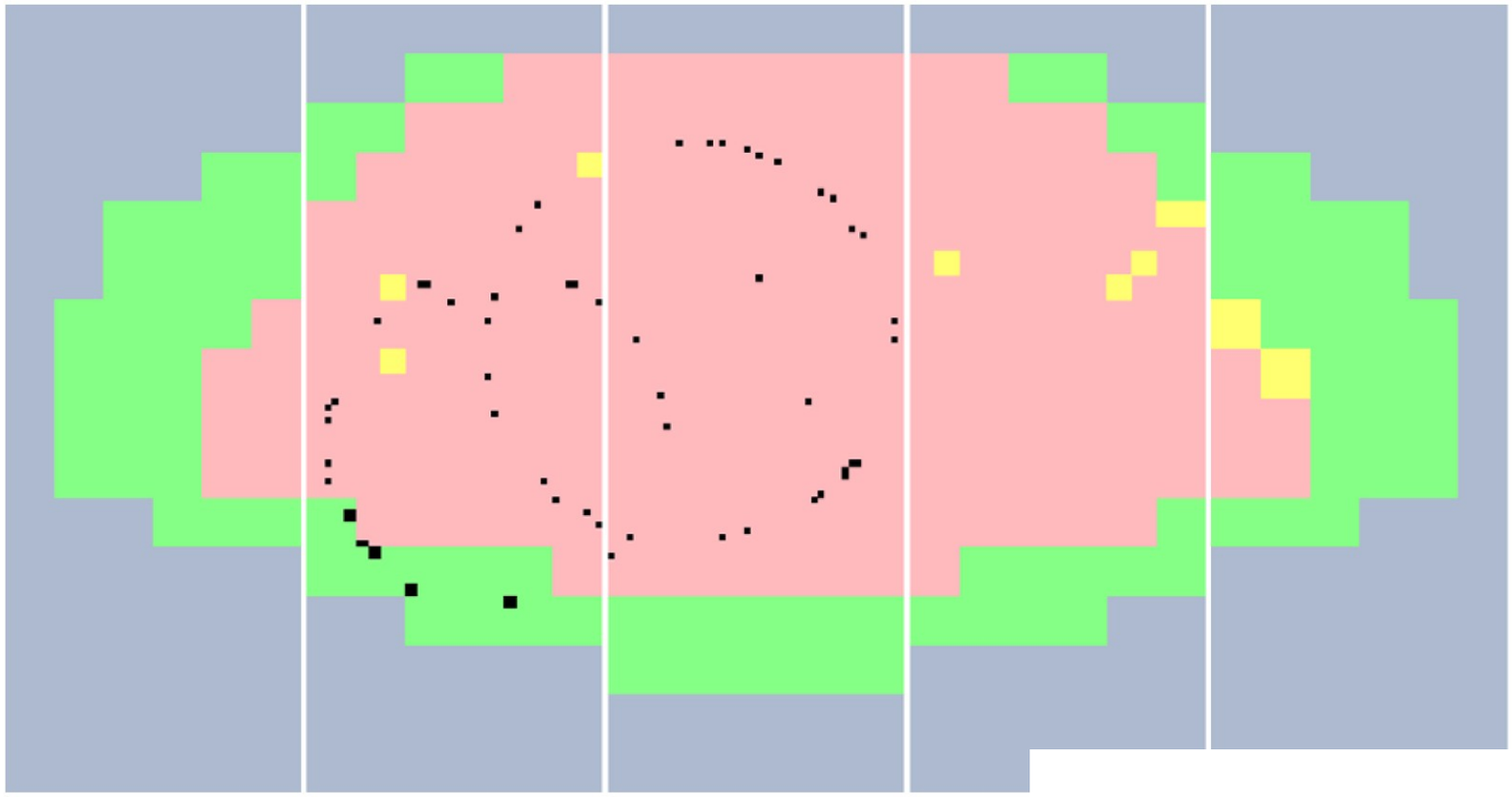
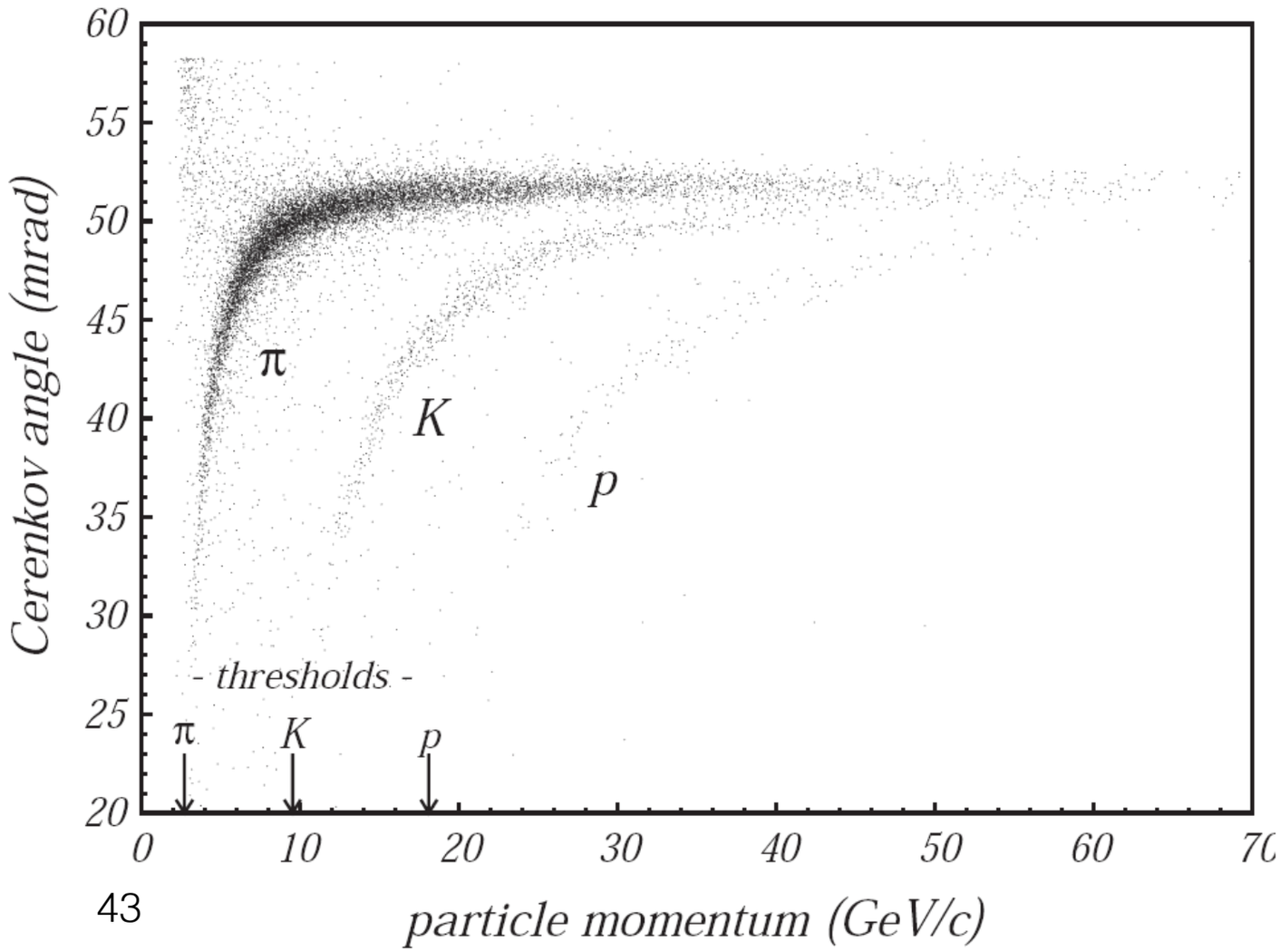


Fig. 14. Event with two Cherenkov rings on the lowe

A radiação Cerenkov é utilizada para determinar a massa de partículas energéticas, em geral combinando mais de um detector com gases de diferentes índices de refração.



Elétrons

A perda de energia pode ser dividida em duas classes: colisões e emissão de radiação (*bremsstrahlung*)

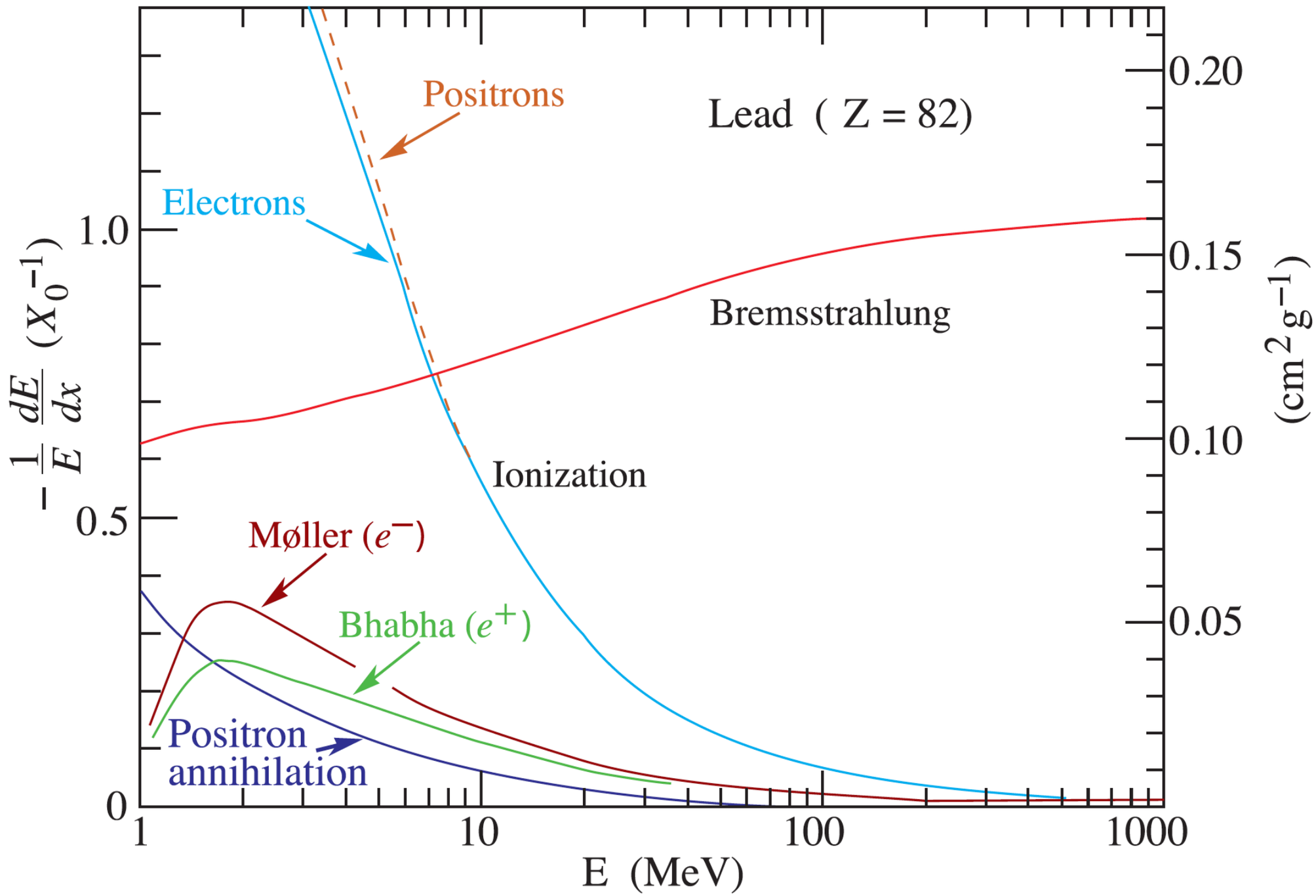
$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{col}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}}$$

A seção de choque para emissão de radiação é inversamente proporcional ao quadrado da massa da partícula incidente. No caso dos múons, $m_e^2/m_\mu^2 \sim 1/40000$.

O *bremsstrahlung* só é relevante a partir de 100 GeV, exceto para os elétrons.

Além de as colisões alterarem muito a trajetória dos elétrons incidentes, eles são indistinguíveis dos elétrons atômicos.

Até ~5 MeV, a perda de média de energia de elétrons e pósitrons é dominada pela **ionização**. Acima de 5 MeV, o ***bremsstrahlung*** é o principal mecanismo.



A perda de energia por *bremsstrahlung* é caracterizada pelo **comprimento de radiação** (*radiation length*, g/cm^2), $\boldsymbol{X_0}$, que é a espessura de massa do material em que a energia do elétron incidente se reduz a **1/e** do valor inicial.

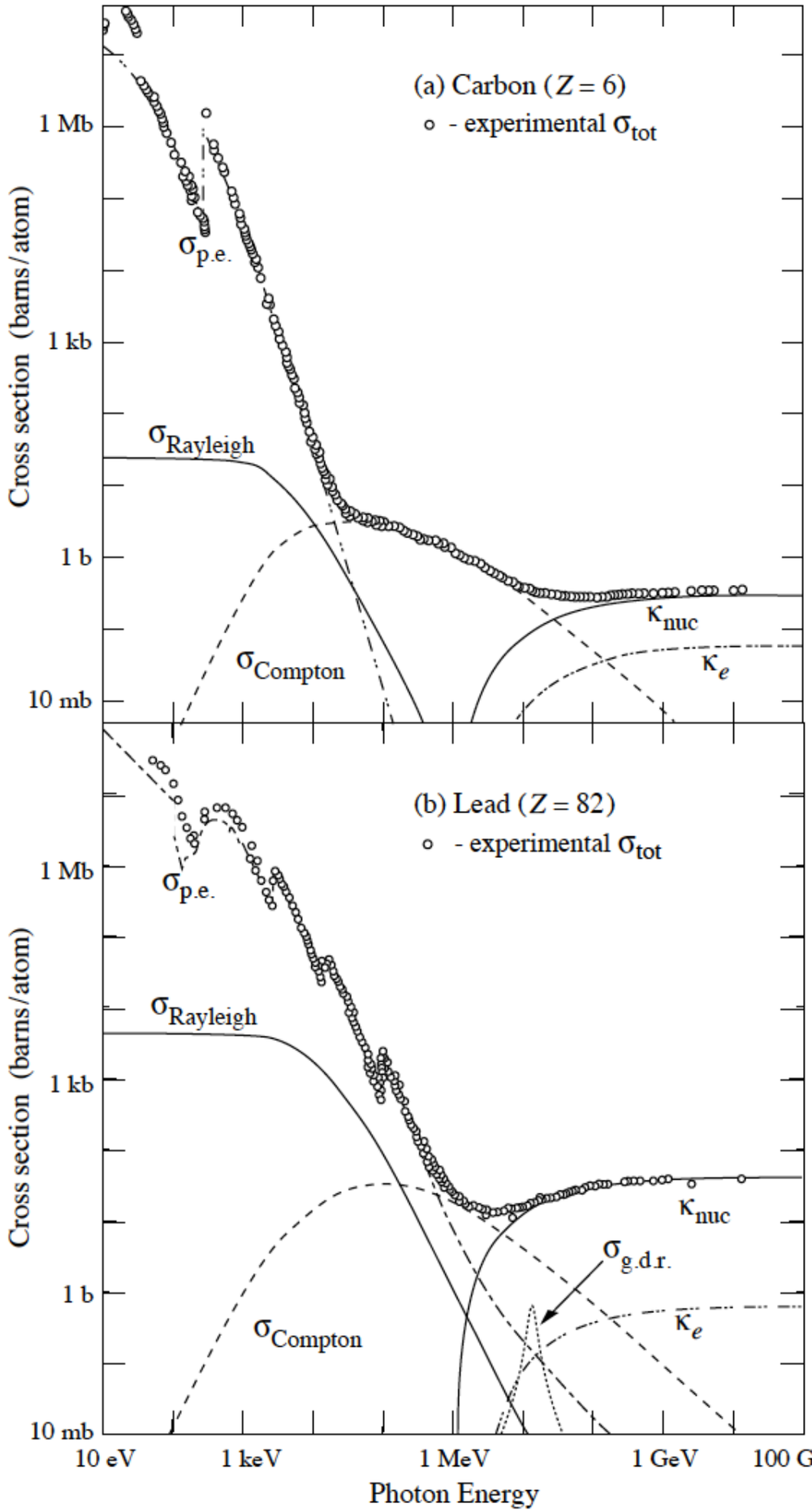
A taxa média de perda de energia por *bremsstrahlung* é

$$-\frac{dE}{dx} \approx 4\pi\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 \ln\frac{183}{Z^{1/3}} E, \qquad -\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

A energia média de um elétron após atravessar uma espessura de massa X de material é

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{X_0}, \qquad \langle E \rangle = E_0 e^{X/X_0}$$

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln(183 - Z^{-1/3})}, \qquad r_e = \frac{e^2}{mc^2}$$



Fótons

A interação de fótons com a matéria pode ocorrer de várias formas. As dominantes são

- efeito fotoelétrico $(E_\gamma \lesssim 500\text{KeV})$
- espalhamento Compton $(E_\gamma \lesssim 5\text{MeV})$
- produção de pares e^+e^- $(E_\gamma \gtrsim 5\text{MeV})$

Um feixe fótons perde intensidade (número de partículas) ao atravessar a matéria, mas sem perda de energia. Os fótons que sobrevivem são os que não interagiram.

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \qquad \mu = \frac{N_A}{A} \sum \sigma_i$$

Seja ***P(x)*** a probabilidade de um fóton ***não*** interagir após percorrer uma distância ***x*** no material, e $\omega\ dx$ a probabilidade de ocorrer uma interação entre x e $x + dx$

A probabilidade de ***não*** haver interação entre x e $x + dx$ é

$$P(x + dx) = P(x)(1 - w\ dx),$$

$$P(x) + \frac{dP}{dx}dx = P - P\ w\ dx,$$

$$dP = -P\ w\ dx, \qquad P(x) = e^{-wx}, \qquad P_{\text{int}} = 1 - e^{-wx}$$

A distância média percorrida por um fóton sem interagir é

$$\lambda = \frac{\int x\ P(x)\ dx}{\int P(x)\ dx} = \frac{1}{w}\ , \qquad \lambda = 1/N\sigma$$

Essa é a definição do **livre caminho médio** (*mean free path*).

Numa folha fina de material podemos expandir $P_{\rm int}$

$$P_{\rm int} = 1 - \left(1 - \frac{\delta x}{\lambda} + \ldots\right) \simeq \frac{\delta x}{x}$$

Em um meio com ***N*** átomos, $P_{\rm int} = N\ \sigma\ dx\ ,\ \sigma = \sigma_{\rm pe} + \sigma_{\rm pair}$

A probabilidade de um fóton sobreviver é

$$P(x) = e^{-x/\lambda}$$

Fótons - efeito fotoelétrico

No efeito fotoelétrico o fóton incidente é absorvido pelo átomo, com a emissão de um elétron,

$$\gamma + \text{átomo} \rightarrow \text{átomo}^* \rightarrow \text{átomo} + e^-$$

A condição necessária é que a energia do fóton seja maior que a energia de ligação do elétron. O núcleo atômico sofre um pequeno recuo, devido à conservação do momento.

A seção de choque tem aumentos bruscos quando a energia do fóton ultrapassa a energia de ligação de uma camada atômica. Para fótons com energia superior a 30 keV, a absorção se dá predominantemente na camada K (mais interna).

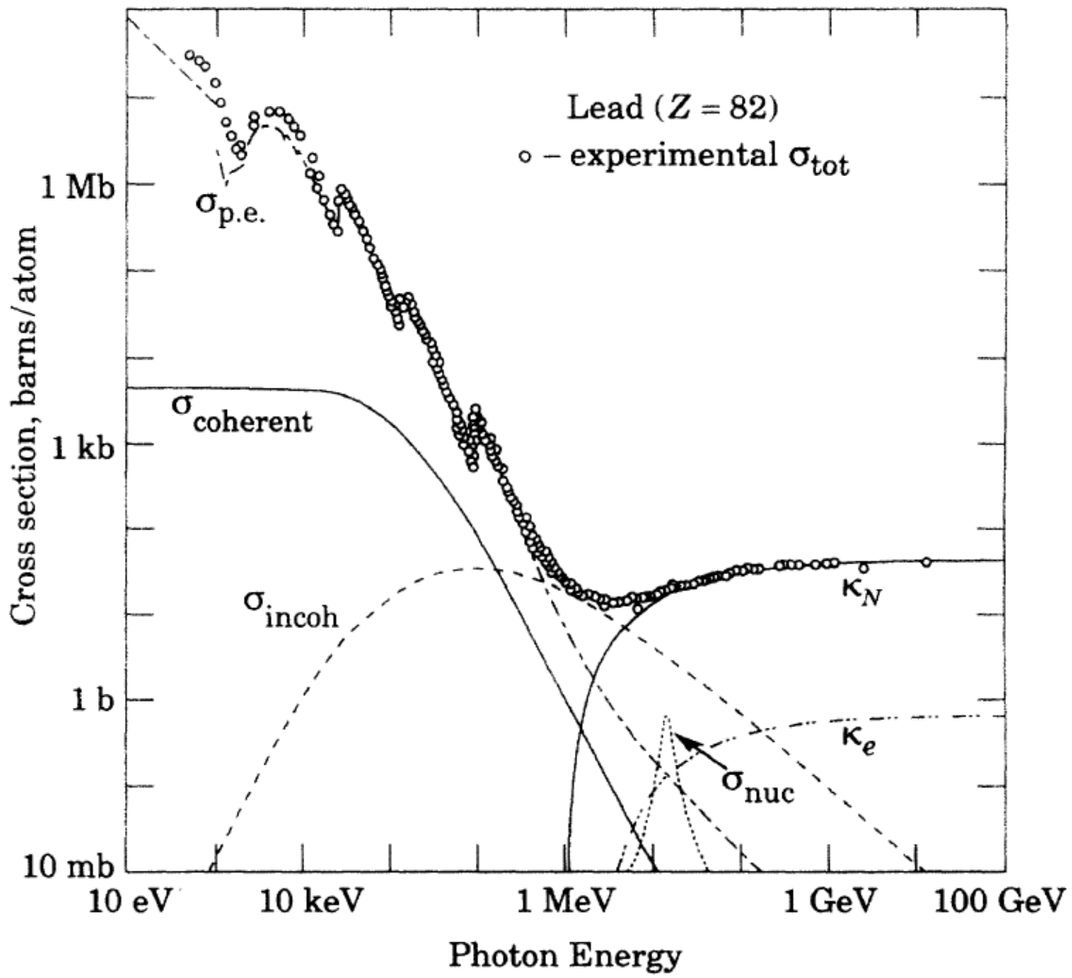
O efeito fotoelétrico é o processo que produz sinal nas PMTs!

Não há uma expressão analítica para a seção de choque que cubra todo o espectro de energia e número atômico Z.

Uma expressão aproximada para seção de choque:

$$\sigma_{fe} = \sqrt{\frac{32}{\varepsilon^7}}\,\alpha^4\,Z^5\,\sigma_{Th}, \quad \varepsilon = \frac{E_\gamma}{mc^2}$$

$$\sigma_{\mathrm{Th}} = 8/3\pi r_e^2 = 6.65 \times 10^{-25}\ \mathrm{cm}^2$$



σ_{Th} = seção de choque de Thomson
(espalhamento de fótons por elétrons livres).

Fótons — espalhamento Compton

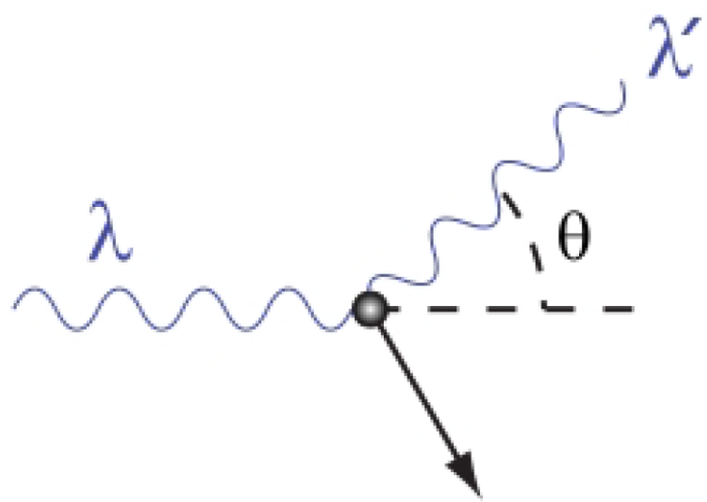
O espalhamento Compton é o processo dominante em energias intermediárias (~1 MeV). Consiste no espalhamento de fótons por elétrons atômicos,

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$$

O elétron pode ser tratado como uma partícula livre em repouso, pois sua energia cinética e de ligação são muito menores que a energia do fóton.

Considere um fóton $(E/c; \boldsymbol{k})$ sendo espalhado a um ângulo θ por um elétron inicialmente em repouso.

Após a colisão o elétron adquire energia cinética *T* e momentum ***p***.



Fótons - produção de pares

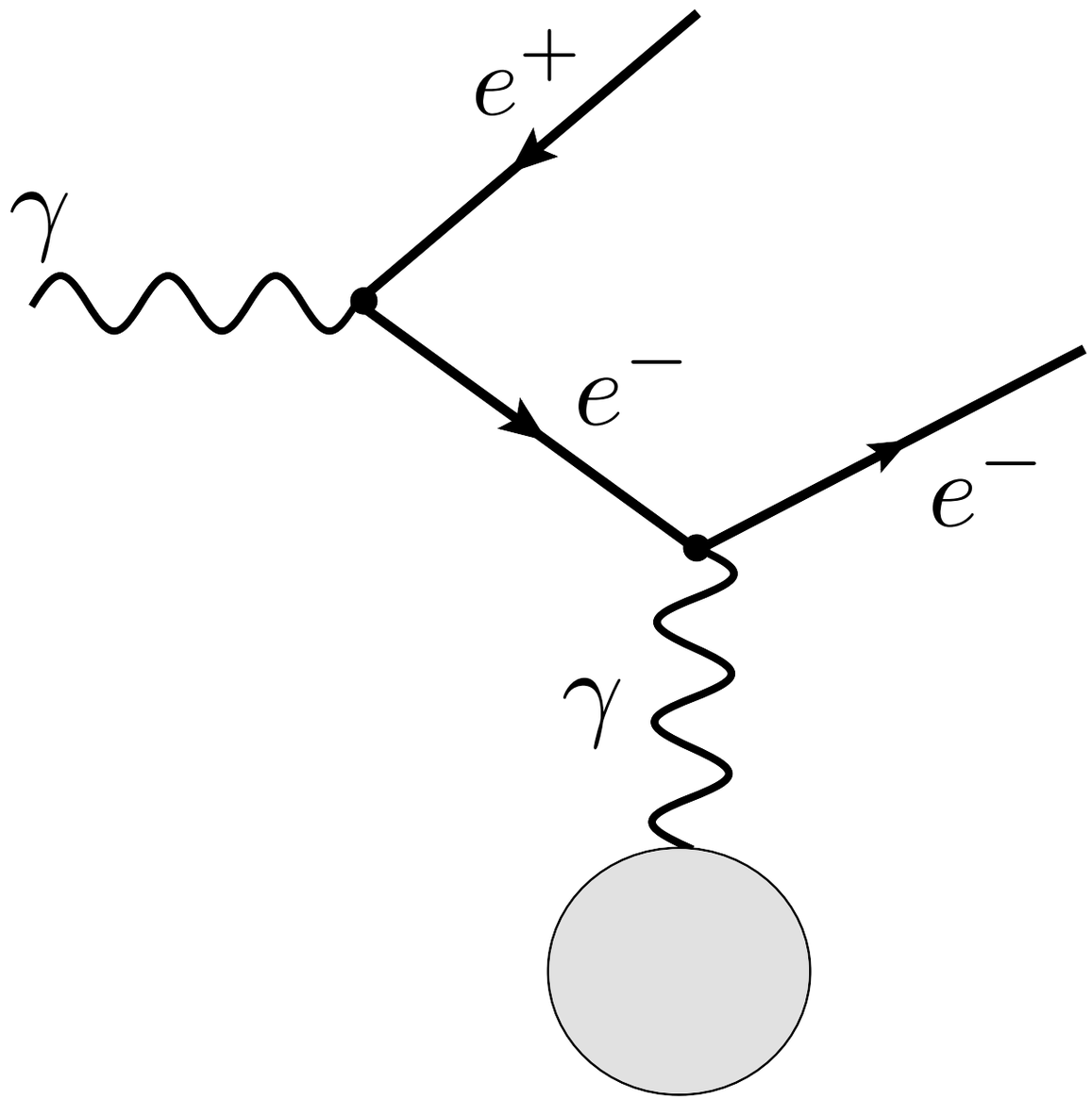
A produção de pares e^+e^- é o processo dominante a altas energias (E >1 MeV). é um processo que envolve o núcleo atômico, em que a energia mínima do fóton deve ser

$$E_\gamma > 2m + 2\frac{m^2}{M_{\text{nuc}}}, \qquad E_\gamma \gtrsim 2m$$

O campo elétrico dos elétrons atômicos exerce uma blindagem do campo Coulombiano do núcleo. Sendo E_+ e E_- as energias do pósitron e do elétron, a blindagem é parametrizada como

$$\xi = \frac{100mc^2}{Z^{1/3}} \frac{E_\gamma}{E_+E_-}$$

Diagrama de Feynman para a produção de pares



A seção de choque para produção de pares depende do quadrado do número atômico,

$$\sigma = \alpha r_e^2 Z^2 P(E_\gamma, Z)$$

onde $P(E_\gamma, Z)$ é uma função complexa tabulada para diferentes materiais

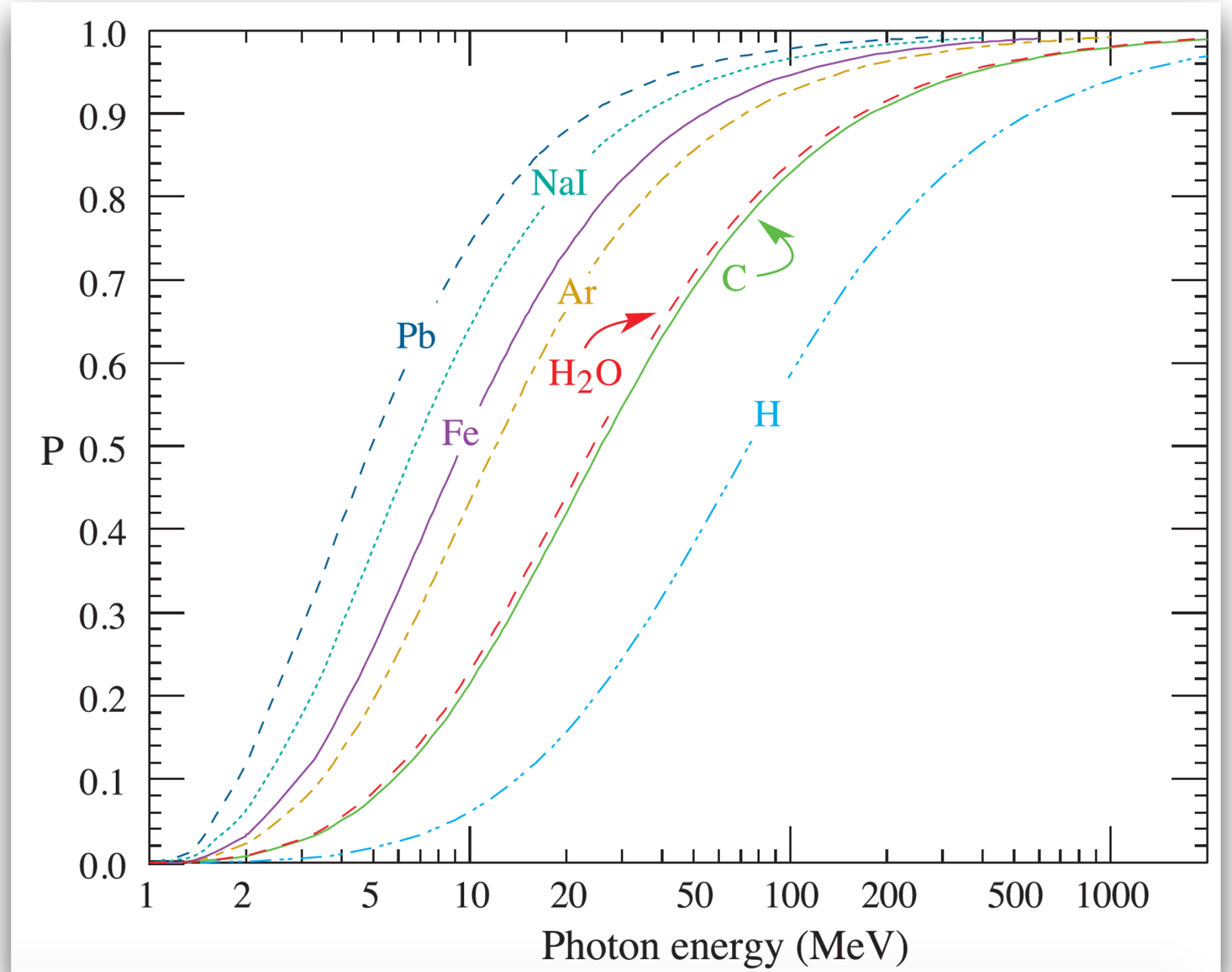
A forma assintótica da seção de choque de produção de pares (fótons de energia muito alta) é

$$\sigma_{\text{par}} \simeq \frac{7}{9} 4\alpha r_e^2 Z^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \simeq \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0}$$

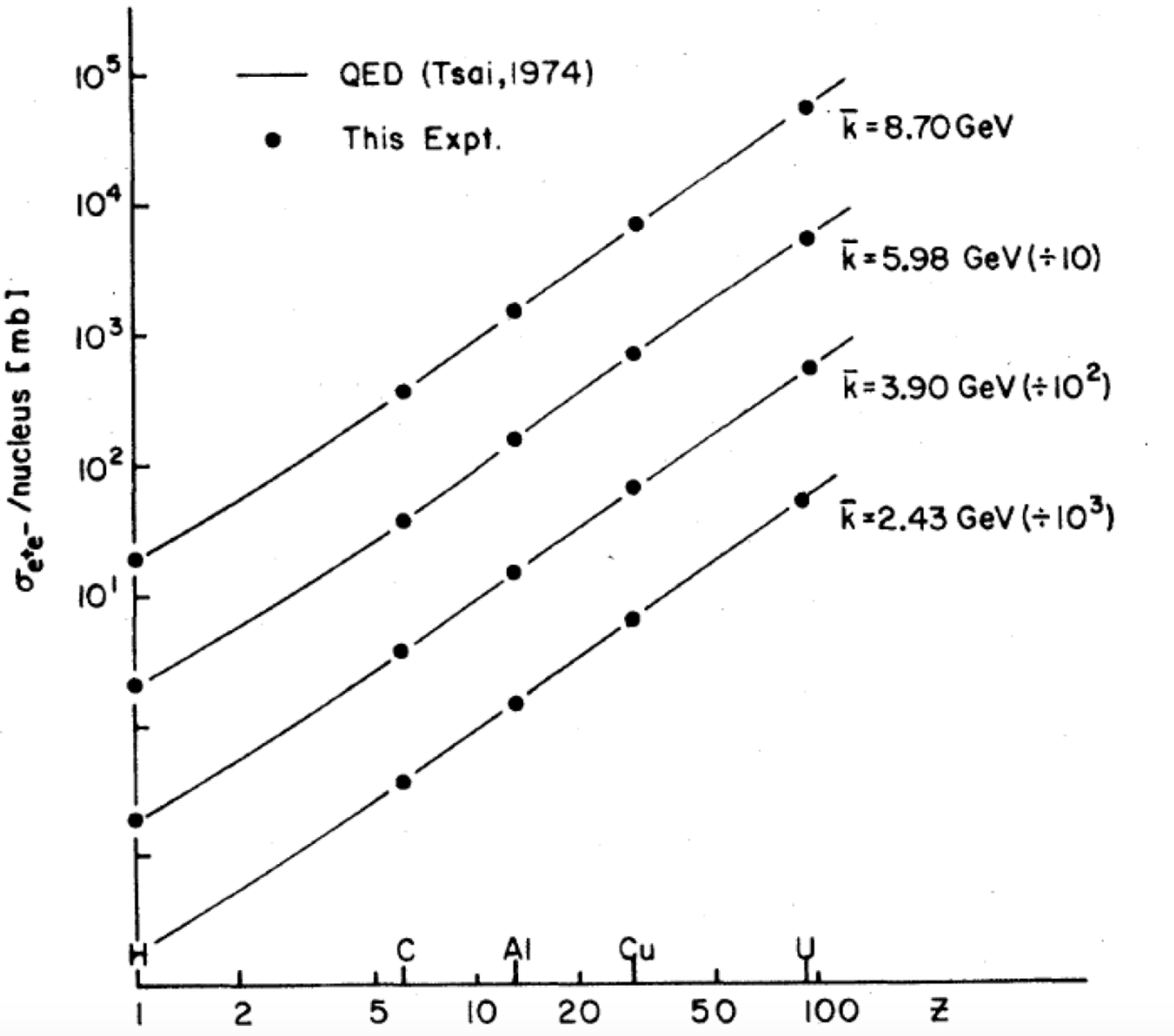
O livre caminho médio para produção de pares é

$$\lambda_{\text{par}} \simeq \frac{9}{7} X_0, \qquad X_0 \simeq \frac{7}{9} \lambda_{\text{par}}$$

Probabilidade da interação de um fóton resultar na produção de pares e^+e^-, em função da energia incidente



Comparação entre o cálculo da seção de choque total de produção de pares, baseado na QED, e os valores medidos. A seção de choque cresce rapidamente com a energia incidente do fóton para todos os tipos de material.



Os pares e^+e^- são produzidos em pequenos ângulos,

$$\theta \simeq \frac{mc^2}{E_+}$$

"Chuveiros" eletromagnéticos

Elétrons de alta energia emitem fótons de *bremsstrahlung* ao passar por um material absorvedor. A seção de choque varia com Z^2. Os fótons emitidos, por sua vez, produzem pares e+e-, que emitirão mais fótons de *bremsstrahlung*.

O número de partículas se multiplica até a energia dos elétrons e pósitrons atingir um valor crítico, quando a perda de energia por radiação e por ionização se igualam.

A partir desse ponto, os elétrons e pósitrons rapidamente perdem toda a sua energia. A escala natural de comprimento para a descrição do desenvolvimento de chuveiros eletromagnéticos é o comprimento de radiação X_0 [g/cm²].

Não há uma teoria formal que descreva o desenvolvimento de chuveiros eletromagnéticos. As características básicas podem ser reproduzidas a partir de um modelo simples:

- fótons de alta energia incidem sobre um absorvedor com espessura de muitos comprimentos de radiação;
- após percorrer um comprimento de radiação os fótons produzem um par e+e-. A energia do fóton é dividida igualmente entre o elétron e o pósitron;
- elétrons e pósitrons emitem fótons de *bremsstrahlung* com 100% de probabilidade

O número de partículas após *t* comprimentos de radiação é

$$N(t) = 2^t, \qquad E(t) = E_0 2^{-t}$$

Todas as partículas a uma mesma espessura *t* têm a mesma energia. O número de pares cresce até $\boldsymbol{E_0 / N < E_c}$.

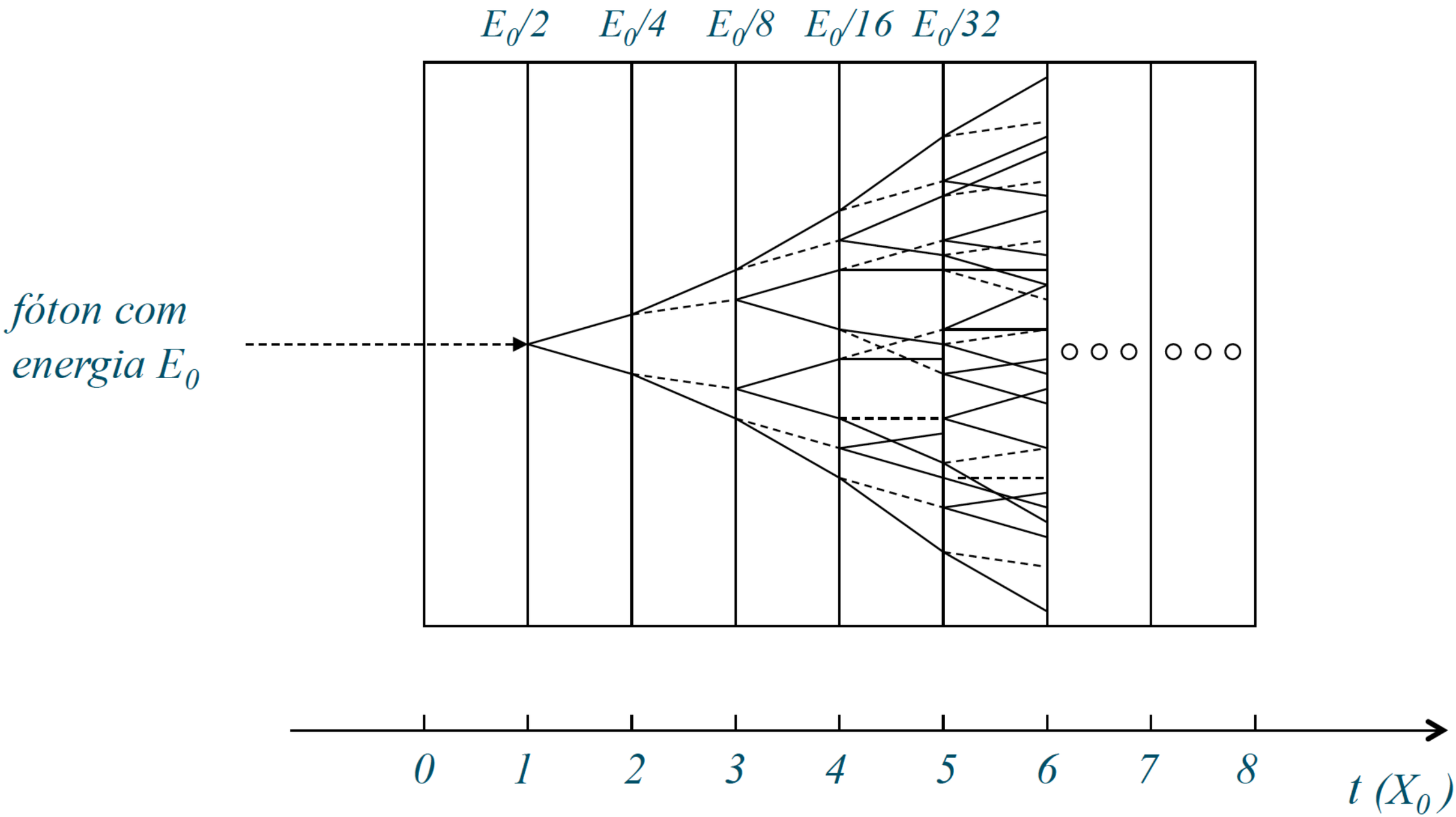
Nesse ponto o desenvolvimento do chuveiro atinge o máximo,

$$E(t_{max}) = E_c.$$

As características mais importantes dos chuveiros eletromagnéticos são:

- a energia incidente é totalmente absorvida após ~10 X_0
- a posição do desenvolvimento máximo varia lentamente com a energia
- como o bremsstrahlung e a produção de pares produz partículas em ângulos muito pequenos, a largura máxima do chuveiro é determinada pelo espalhamento múltiplo.

Ilustração do modelo simples para o desenvolvimento de chuveiros eletromagnéticos. As linhas cheias são elétrons e pósitrons, enquanto as linhas pontilhadas são fótons



Simulação numérica de um chuveiro eletromagnético iniciado por um fóton de energia 100 GeV atravessando a atmosfera

