5 EAFEXP CBPF

5ª ESCOLA AVANÇADA DE FÍSICA EXPERIMENTAL DO CBPF

RIO DE JANEIRO - 03 A 14 FEVEREIRO DE 2020

Partículas elementares e noções preliminares

Alberto Reis

O Modelo Padrão - MP

O MP foi construído ao longo dos últimos 50 anos, combinando descobertas experimentais e desenvolvimentos teóricos. É a melhor teoria que temos.

As partículas consideradas elementares são divididas em dois grupos: constituintes e transmissoras.

Os constituintes têm spin 1/2 (fermions) e se dividem em *quarks* e *leptons*. As transmissoras têm spin 1 (bosons) e participam da interação entre os constituintes:

As 3 formas de interação entre os constituintes:

eletromagnética (QED): fóton (γ)

fraca: $W^{\pm},\ Z^0$

forte (QCD): *gluons* (8)

Fótons e *gluons* são partículas sem massa de repouso. Os bósons $W^{\pm}$, Z^0 são bastante pesados (*M* ~ 80 GeV).

Há uma relação entre a massa do boson intermediário e o alcance da interação. A interação fraca é de curtíssimo alcance, enquanto a eletromagnética tem alcance infinito.

Gluons são um caso especial, pois a interação forte (QCD) tem a propriedade do *confinamento*.

As três gerações de léptons:

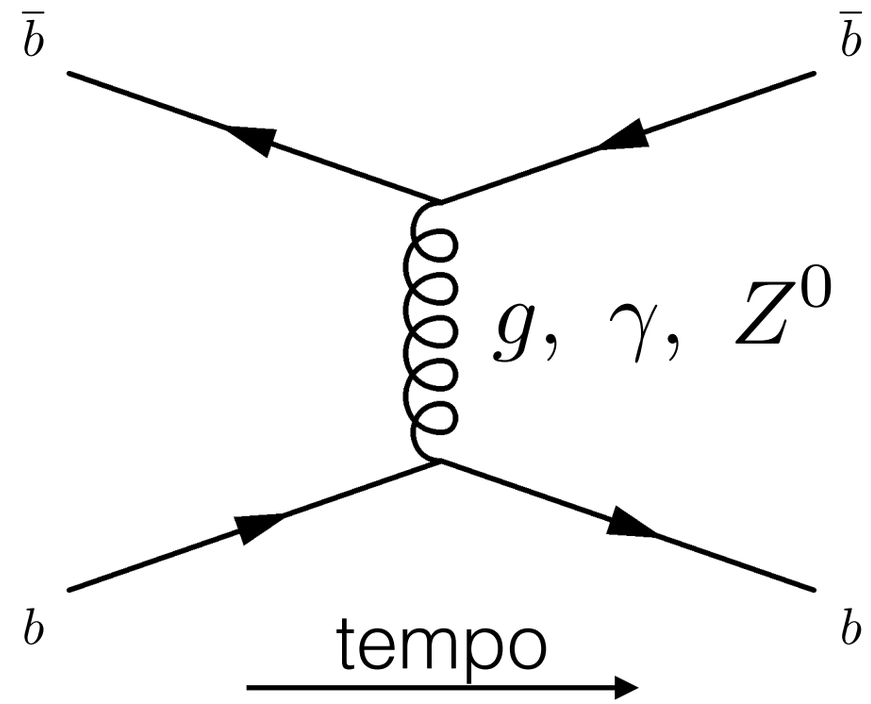
$$\begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e & \mu & \tau \end{pmatrix}$$

As três gerações de quarks:

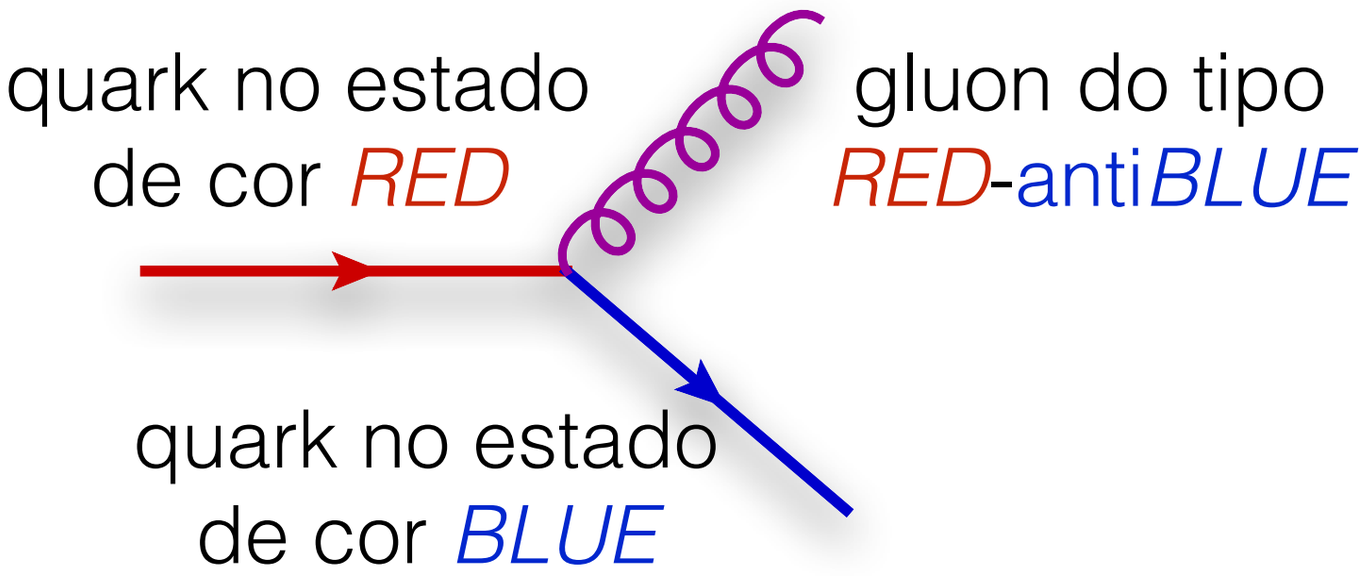
$$\begin{pmatrix} u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}$$

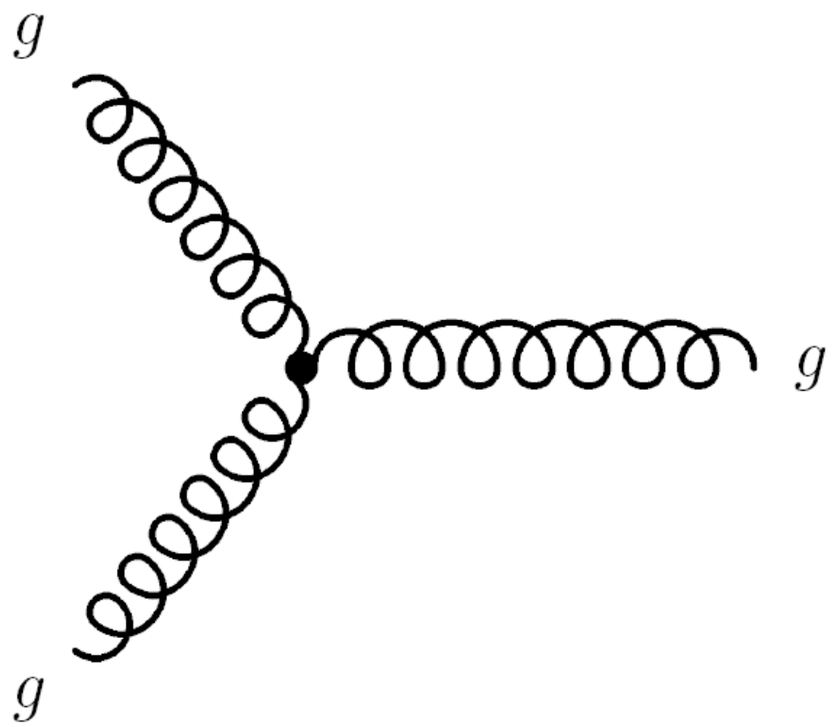
Além da carga elétrica, os quarks possuem "**carga de cor**", existente em três tipos diferentes. *Há uma anti-partícula para cada partícula, com números quânticos invertidos*.

A interação entre os constituintes ocorre via troca de um dos bósons intermediários

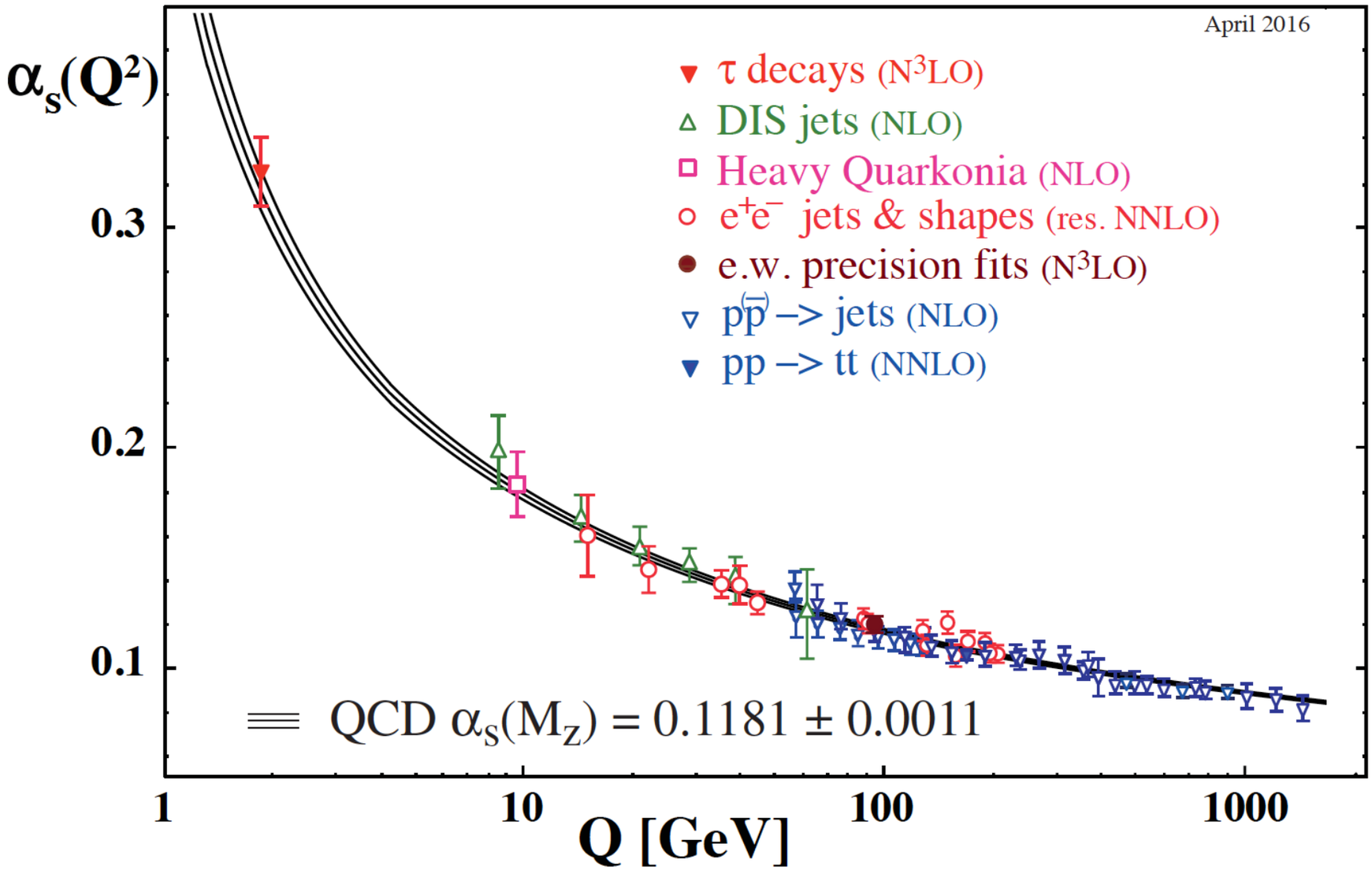


A QCD difere da QED em aspectos cruciais.
O fóton não tem carga elétrica. Os gluons carregam uma carga de cor, (***R***, ***B***, ***G***) e por isso podem interagir entre si





A interação forte é exclusiva dos quarks. Ao contrário da QED, a constante de acoplamento aumenta drasticamente com a distância entre os quarks, impedindo que estes sejam observados isoladamente. Esse fenômeno é o confinamento.



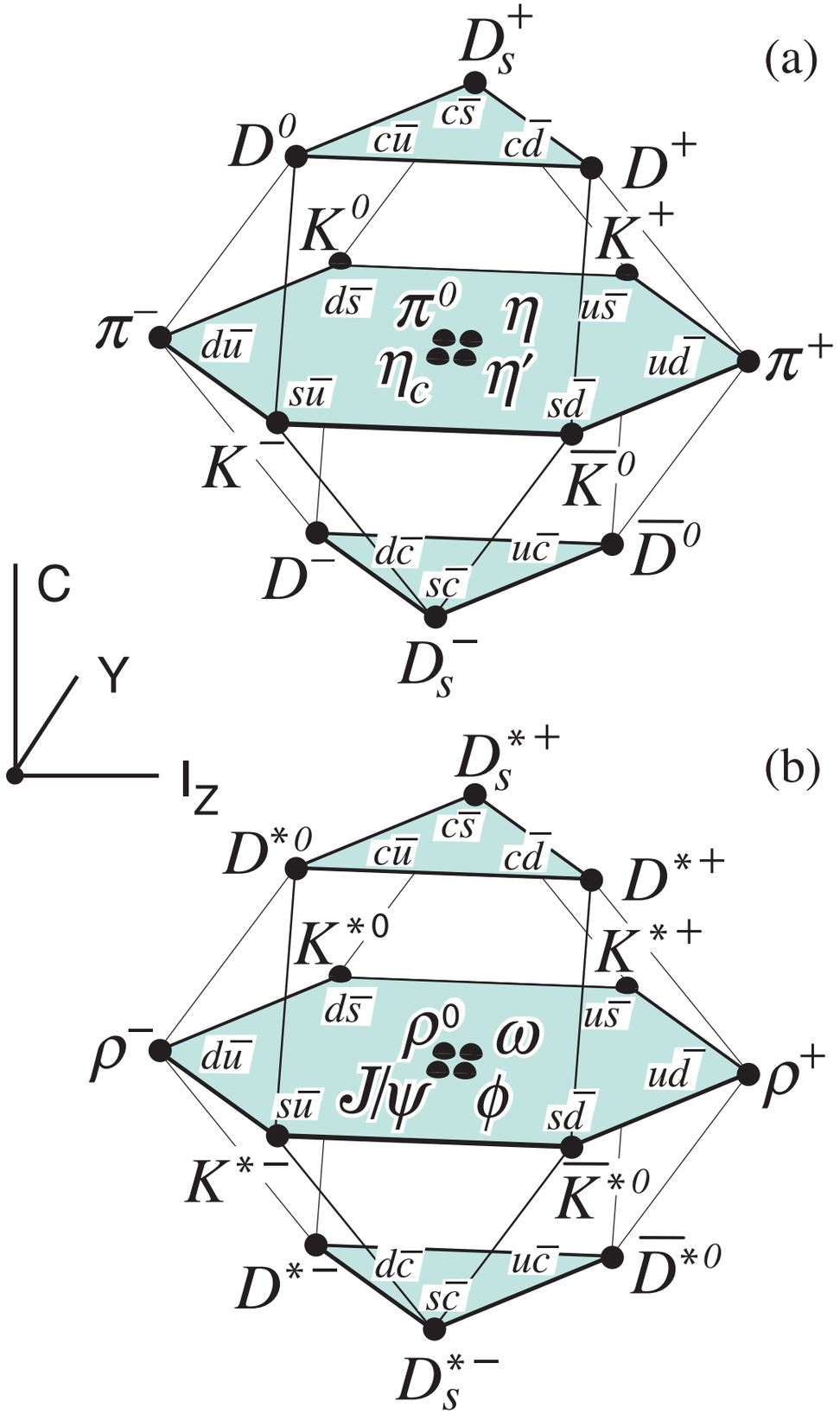
← distância entre os quarks

Devido ao confinamento, os quarks só são observados formando compostos chamados *hadrons*.

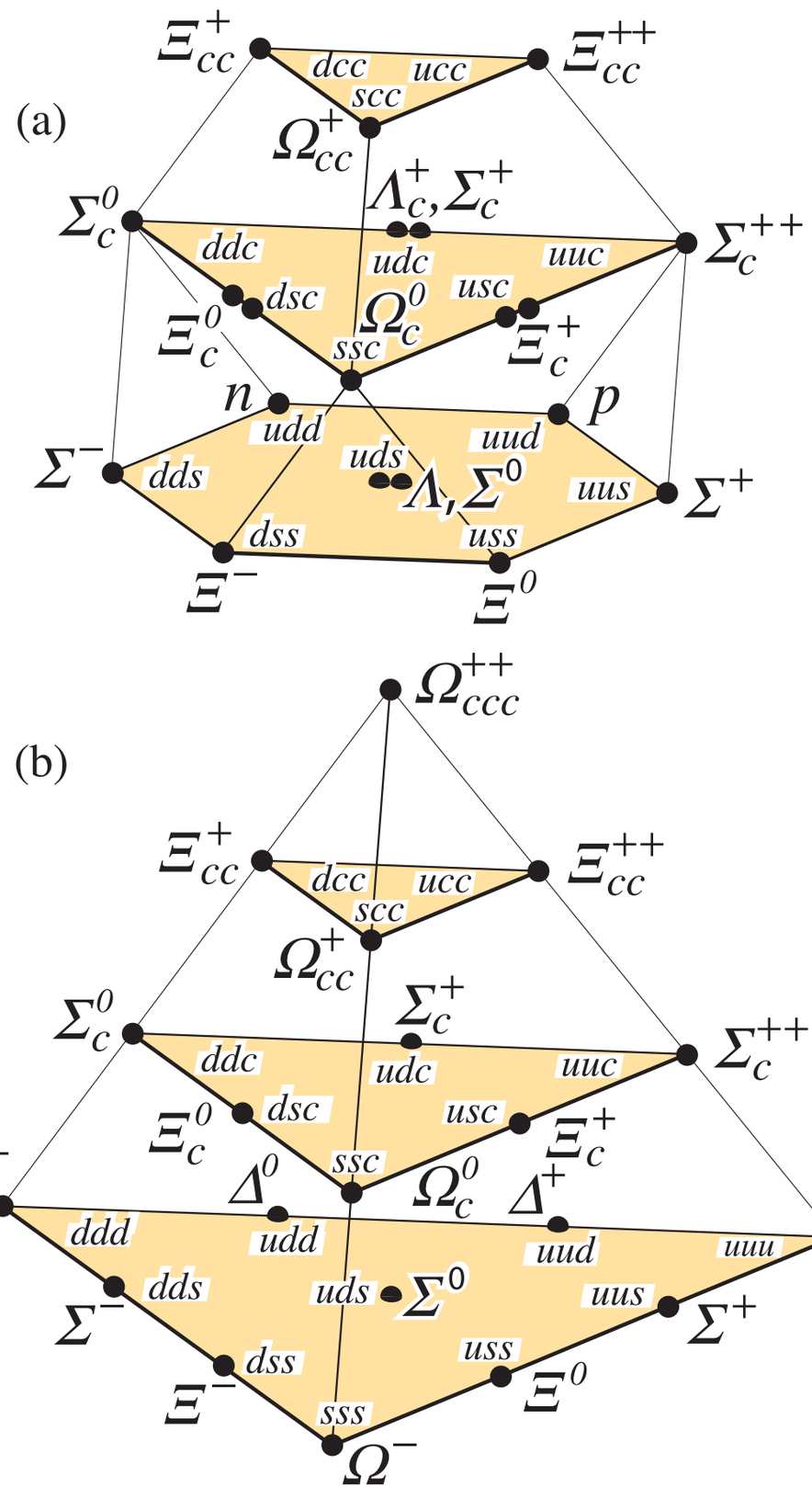
Há vários tipos de hadrons: mesons, barions, tetra-quarks, pentaquarks, moléculas, *glueballs,* etc. Mesons e barions são classificados em multipletos no modelo a quarks.

	d	u	s	c	b	t
Q – electric charge	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$
I – isospin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
I_z – isospin z-component	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0
S – strangeness	0	0	-1	0	0	0
C – charm	0	0	0	$+1$	0	0
B – bottomness	0	0	0	0	-1	0
T – topness	0	0	0	0	0	$+1$

mesons ($q\bar{q}$)



barions (qqq)



Quarks - PDG

Light unflavoured

u

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

$m_u = 2.2^{+0.5}_{-0.4}$ MeV Charge $= \frac{2}{3}\ e$ $I_z = +\frac{1}{2}$

$m_u/m_d = 0.48^{+0.07}_{-0.08}$

---

d

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

$m_d = 4.7^{+0.5}_{-0.3}$ MeV Charge $= -\frac{1}{3}\ e$ $I_z = -\frac{1}{2}$

$m_s/m_d = 17$–22

$\overline{m} = (m_u+m_d)/2 = 3.5^{+0.5}_{-0.2}$ MeV

---

heavy flavoured

s

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

$m_s = 95^{+9}_{-3}$ MeV Charge $= -\frac{1}{3}\ e$ Strangeness $= -1$

$m_s\ /\ ((m_u + m_d)/2) = 27.3 \pm 0.7$

heavy flavoured

c

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

$m_c = 1.275^{+0.025}_{-0.035}$ GeV Charge $= \frac{2}{3}\ e$ Charm $= +1$

$m_c/m_s = 11.72 \pm 0.25$

$m_b/m_c = 4.53 \pm 0.05$

$m_b - m_c = 3.45 \pm 0.05$ GeV

---

b

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

Mass $m = 4.18^{+0.04}_{-0.03}$ GeV Charge $= -\frac{1}{3}\ e$ Bottom $= -1$

---

t

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

Charge $= \frac{2}{3}\ e$ Top $= +1$

Mass (direct measurements) $m = 173.0 \pm 0.4$ GeV

leptons carregados - PDG

e

$$J = \frac{1}{2}$$

Mass $m = (548.579909070 \pm 0.000000016) \times 10^{-6}$ u
Mass $m = 0.5109989461 \pm 0.0000000031$ MeV

μ

$$J = \frac{1}{2}$$

Mass $m = 0.1134289257 \pm 0.0000000025$ u
Mass $m = 105.6583745 \pm 0.0000024$ MeV
Mean life $\tau = (2.1969811 \pm 0.0000022) \times 10^{-6}$ s
$\tau_{\mu^+}/\tau_{\mu^-} = 1.00002 \pm 0.00008$
$c\tau = 658.6384$ m
Magnetic moment anomaly $(g-2)/2 = (11659209 \pm 6) \times 10^{-10}$
$(g_{\mu^+} - g_{\mu^-}) \,/\, g_{\text{average}} = (-0.11 \pm 0.12) \times 10^{-8}$
Electric dipole moment $d = (-0.1 \pm 0.9) \times 10^{-19}$ $e$cm

---

τ

$$J = \frac{1}{2}$$

Mass $m = 1776.86 \pm 0.12$ MeV
$(m_{\tau^+} - m_{\tau^-})/m_{\text{average}} < 2.8 \times 10^{-4}$, CL = 90%
Mean life $\tau = (290.3 \pm 0.5) \times 10^{-15}$ s
$c\tau = 87.03$ μm

Apesar de todo o sucesso, o MP é uma teoria incompleta.

- Os neutrinos, no MP, são partículas sem massa de repouso. Hoje sabemos que os neutrinos possuem uma pequena massa de repouso, fato que não pode ser acomodado no MP.

- A matéria bariônica constitui menos de 5% da energia do Universo. O restante se divide em matéria escura (~27%) e energia escura (~68%).
  Não sabemos do que são feitos ~95% do Universo.

- Vivemos num Universo composto por matéria, e não por antimatéria. Entre outras causas, isso ocorre devido ao fenômeno da violação da simetria combinada paridade e conjugação de carga - CP. No MP, o mecanismo que gera violação de CP é insuficiente por ordens de grandeza para explicar essa assimetria.

Unidades naturais

As duas constantes fundamentais na Mecânica Quântica Relativística são a constante de Plank e a velocidade da luz no vácuo,

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \qquad c = 2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$$

O Sistema Natural de unidades é o mais usado em FAE. Nele, $\hbar$ é a unidade de ação c é a unidade de velocidade,

$$\hbar = c = 1$$

A especificação de uma unidade de energia, o GeV, completa o Sistema Natural,

$$1\ \mathrm{GeV} = 1.602 \times 10^{-10}\mathrm{J}$$

Um pouco de análise dimensional nos ajuda a entender as implicações dessa escolha de unidades. A velocidade da luz tem dimensões $[c] = [\mathrm{L}][\mathrm{T}]^{-1}$. Ao fazermos $c = 1$ estamos dizendo que comprimento e tempo tem a mesma dimensão , $[\mathrm{L}] = [\mathrm{T}]$.

A dualidade onda-partícula está expressa nas relações de Einstein e de Broglie,

$$E = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

A escolha $\hbar = c = 1$ implica

$$[E] = [\mathrm{T}]^{-1} = [p] = [\mathrm{L}]^{-1}$$

Mais ainda, com $\hbar = c = 1$ massa tem a mesma dimensão de energia e momentum,

$$E = mc^2 \quad \longrightarrow \quad [E] = [M]$$

Em unidades $c = 1$ temos

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \longrightarrow \quad E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$$

- Fatores de conversão

$$E = Mc^2 \quad \longrightarrow \quad 1\ \text{GeV} = 1.602 \times 10^{-10}\ \text{kg}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = M\ (2.998)^2 \times 10^{16}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$1\ \text{GeV} = 1.7827 \times 10^{-27}\ \text{kg}, \quad 1\ \text{kg} = 5.61 \times 10^{26}\ \text{GeV}$$

Em unidades do SI, temos $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$ J s. Usando o fator de conversão $1\ \text{J} = 6.242 \times 10^9$ GeV, podemos expressar o tempo em GeV quando fazemos $\hbar = 1$,

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34}\ \text{J s} = \ 1.055 \times 10^{-34} \times (6.242 \times 10^9\ \text{GeV})\ \text{s} = 1$$

$$1\ \text{s} = 1.519 \times 10^{24}\ \text{GeV}^{-1}$$

Finalmente, usando o fator de conversão de segundos para GeV, obtemos o fator de conversão de metros para GeV,

$$c = 2.998 \times 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2.998 \times 10^8}{1.52 \times 10^{24}}\ \text{m GeV} = 1$$

$$1\ \text{m} = 5.068 \times 10^{15}\ \text{GeV}$$

Como exemplo, vamos calcular o comprimento de onda Compton[1] de um elétron, $\lambda = h/m_e c$, no SI e em unidades naturais. No SI temos $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg, logo

$$\lambda = \frac{1.055 \times 10^{-34}}{9.109 \times 10^{-31} \times 2.998 \times 10^{8}} = 0.386 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Em unidades naturais temos $m_e = 5.11 \times 10^{-4}$ GeV,

$$\lambda = \frac{1}{m_e} = 1.957 \times 10^{3} \text{ GeV}^{-1} = \frac{1.957 \times 10^{3}}{5.068 \times 10^{15}} \text{ m} = 0.386 \times 10^{-12} \text{ m}$$

[1] O comprimento de onda Compton é uma propriedade da partícula, sendo definido como o comprimento de onda de um fóton cuja energia é idêntica à massa de repouso da partícula.

Cinemática relativística

- Quadrivelocidade

O 3-vetor velocidade é definido como $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$. Como t não é invariante, $\mathbf{v}$ não se transforma como a componente espacial de um 4-vetor. Para definir a 4-velocidade usa-se, em vez de t, o *tempo próprio*, τ, que é uma quantidade invariante:

$$d\tau^2 = c^{-2}dx^2 = c^{-2}(c^2dt^2 - d\mathbf{x}^2) \qquad (dx^2 = dx_\mu dx^\mu)$$

A relação entre t e τ é

$$d\tau = dt\left[1 - c^{-2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)\right]^{1/2} = \frac{dt}{\gamma}$$

A 4-velocidade é definida como

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{x^\mu}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma\frac{dx^\mu}{dt} \quad \rightarrow \quad u^\mu = \gamma(c, \mathbf{v}) \ , \ u^2 = u^\mu u_\mu = c^2$$

- Momentum e energia

Na cinemática relativística o quadrivetor mais fundamental é o 4-momento,

$$p = mu = m\gamma(c, \mathbf{v}), \qquad \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}\right)$$

A energia total da partícula , sua massa de repouso e velocidade se relacionam pela fórmula mais famosa da Física, $E = m\gamma c^2$. Como $u^2 = u_\mu u^\mu = c^2$, temos

$$p^2 = p_\mu p^\mu = p_0^2 - \mathbf{p}^2 = (E/c)^2 - \mathbf{p}^2 = m^2c^2.$$

Equivalentemente,

$$E^2 = c^2\mathbf{p}^2 + (mc^2)^2$$

- Massa invariante

Alguns invariantes podem ser formados a partir de 4-momenta de uma conjunto de partículas. O 4-momento total de um par de partículas com 4-momenta p_1 e p_2 é $p = p_1 + p_2$. A massa invariante ao quadrado do par é dada por

$$s_{12} = (p_1 + p_2)^2/c^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2p_1 \cdot p_2/c^2$$

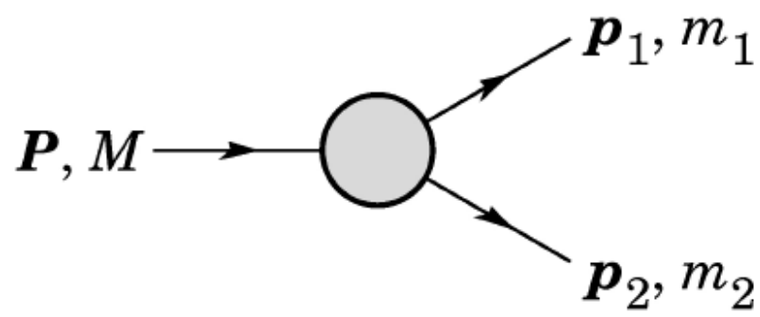
No referencial de repouso de M temos

$$\mathbf{p_1} = -\mathbf{p_2}, \quad P = (Mc, \mathbf{0}).$$

A conservação da energia e do momento requer

$$(p_1 + p_2)^2 = P^2 = M^2$$

A massa invariante do par (p_1, p_2) é igual à massa de repouso de M.



Como um exemplo, vamos analisar o decaimento do píon carregado, $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu$. No sistema de repouso do píon, qual será a velocidade do múon?

No sistema de repouso do píon $(\mathbf{p}_\pi = \mathbf{0},\ \mathbf{p}_\nu = -\mathbf{p}_\mu)$ os 4-momenta são

$$\begin{aligned} p_\pi &= \quad (m_\pi c^2; \mathbf{0}) \\ p_\mu &= \quad (E_\mu; \mathbf{p}_\mu) \qquad E_\mu = c\sqrt{m_\mu c^2 + \mathbf{p}_\mu^2} \\ p_\nu &= \quad (E_\nu; -\mathbf{p}_\mu) \quad E_\nu = |\mathbf{p}_\nu| c = |\mathbf{p}_\mu| c \end{aligned}$$

Impondo a conservação de energia,

$$m_\pi c^2 = c\sqrt{m_\mu c^2 + \mathbf{p}_\mu^2} + |\mathbf{p}_\mu| c,$$

$$|\mathbf{p}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}\, c$$

Com o valor de $|\mathbf{p}_\mu|$ a energia do múon fica

$$E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} c^2$$

Usando a definição de energia e momentum relativísticos,

$$E = \gamma m c^2 \qquad \mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$$

podemos escrever

$$\frac{\mathbf{p}}{E} = \frac{\mathbf{v}}{c^2} \qquad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}c^2}{E}$$

A velocidade do múon é

$$v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c$$

- Espaço de fase

Os processos básicos na FAE são o espalhamento ($2 \to n$) e o decaimento ($1 \to m$),

$$p_a + p_b \to p_1 + p_2 + \cdots + p_n, \qquad P \to p_1 + p_2 + \cdots + p_m$$

Em ambos os casos a conservação da energia e do momento impõe quatro vínculos

$$E_a + E_b = \sum_{i=1}^{n} E_i \qquad E = \sum_{i=1}^{m} E_i$$

$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i \qquad \mathbf{P} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{p}_i$$

O *espaço dos momenta* é definido pelas $3n$ componentes dos momenta, antes de os vínculos da conservação da energia-momentum serem impostos;

O *espaço de fase* é definido por $3n - 4$ componentes dos momenta, após os vínculos da conservação da energia-momentum.

No sistema de repouso da partícula que decai, os m trivetores $\mathbf{p}_i$ estão contidos em um único plano. Na ausência de *spin*, a orientação espacial desse plano (3 ângulos de Euler) é irrelevante. Assim, no decaimento $1 \to m$ há $3m - 7$ variáveis essenciais ou graus de liberdade.

No sistema do centro de massa da colisão a linha de vôo das partículas define uma direção preferencial no espaço. O ângulo azimutal, medido em relação a essa direção, é irrelevante. Assim, na colisão $2 \to n$ há $3n - 5$ graus de liberdade.

Taxa de decaimento e seção de choque

Os processos básicos na FAE são o espalhamento ($2 \to n$) e o decaimento ($1 \to m$). Sendo assim, as quantidades básicas a serem medidas ou calculadas são a seção de choque (total ou diferencial) e a taxa de decaimento (ou, alternativamente, a vida-média).

- Taxa de decaimento

O decaimento de uma partícula é um processo de natureza estatística. O parâmetro crítico é a *taxa de decaimento*, Γ, que é a probabilidade de decaimento por unidade de tempo.

Considere uma amostra contendo múons. Num determinado momento há $N(t)$ partículas na amostra. Isso significa que, transcorridos dt segundos, o número de múons se reduzirá em

$$dN = -\Gamma N \, dt$$

Sendo $N(0)$ o número inicial de múons, após t segundos teremos,

$$N(t) = N(0)\, e^{-\Gamma t}$$

Em geral uma partícula pode decair em mais de um estado final ($\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$, $\pi^+ \to e^+ \nu_e$), de forma que a taxa de decaimento total é a soma das taxas de decaimento nos canais individuais,

$$\Gamma_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i$$

A vida-média é simplesmente o recíproco da taxa de decaimento,

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}}$$

A razão de ramificação é a probabilidade de decaimento em um modo particular,

$$B_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{tot}}}$$

A Regra de Ouro de Fermi estabelece a receita para o cálculo da probabilidade de transição entre um estado inicial e final:

probabilidade de transição = amplitude (dinâmica) $\times$ espaço de fase (cinemática)

A taxa de decaimento do processo $P \rightarrow p_1 + p_2 + \cdots + p_m$ é dada por

$$\Gamma = \frac{1}{2\hbar M} \int \mid \mathcal{M} \mid^2 (2\pi)^4 \delta^4(P - p_1 - p_2 - \cdots - p_m) \prod_{j=1}^{m} 2\pi\delta(p_j^2 - m_j^2 c^2)\theta(p_j^0) \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^4}$$

onde $\mathcal{M} \equiv < p_1, \cdots, p_m | A | P >$ contém a dinâmica. Os demais termos dizem respeito ao espaço de fase, ou seja, ao conjunto de todas as configurações possíveis dos m vetores 3-momentum do estado final. O elemento de matriz $\mathcal{M}$ e o termo de espaço de fase são invariantes de Lorentz. A taxa de decaimento também é, portanto, um invariante de Lorentz!

Apesar da forma complicada, o termo de espaço de fase é bastante intuitivo. Todas as configurações dos 3-momenta finais são, *a priori*, equiprováveis. O elemento de matriz $\mathcal{M}$ atribui um peso a cada configuração. O cálculo da taxa de decaimento nada mais é do que uma soma ponderada sobre todas as possibilidades, obedecendo a vínculos bastante intuitivos:

- cada partícula do estado final deve estar na sua camada de massa: $p_j^2 = E_j^2/c^2 - \mathbf{p}_j^2 = m_j^2 c^2$. Isso é garantido pelo termo $\delta(p_j^2 - m_j^2 c^2)$.

- A energia de cada partícula final é positiva: $p_j^0 = E_j/c > 0$, garantido pela função θ de Heaviside.

- A energia e o momentum devem ser conservados: $P = \sum p_i$, garantido pelo fator $\delta^4(P - p_1 - p_2 - \cdots - p_m)$

Os elementos de "volume" d^4p_j podem ser desmembrados nas componentes temporais e espaciais:

$$d^4p_j = dp_j^0 \, d^3\mathbf{p}_j$$

Usando as propriedades das funções δ, pode-se mostrar que

$$\theta(p_j^0)\delta(p_j^2 - m_j^2c^2) = \frac{1}{2E_j}\delta(p_j^0 - \sqrt{\mathbf{p}_j^2 + m_j^2c^2})$$

Como isso podemos fazer as integrações em dp_j^0, chegando à forma mais usual da taxa de decaimento:

$$\Gamma = \frac{1}{2\hbar M}\int \mid \mathcal{M} \mid^2 (2\pi)^4\delta^4(P - \sum_j p_j)\prod_{j=1}^{m}\frac{d^3\mathbf{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j}$$

Seção de choque

A seção de choque é uma medida da probabilidade de ocorrência de uma determinada reação.

Caso típico: um feixe monocromático (todas as partículas têm a mesma energia) incide sobre um alvo fino.

$n_i \rightarrow$ número de partículas do feixe, por unidade de tempo, incidindo sobre uma área unitária do alvo

$n_f \rightarrow$ número de partículas do feixe espalhadas, por unidade de tempo, em qualquer direção.

$N \rightarrow$ número de partículas do alvo por unidade de área

$$\sigma = \frac{1}{N}\frac{n_f}{n_i}$$

$$N = \frac{1}{[L]^2}$$

$$n_i = n_f = \frac{1}{[T]}$$

$$\sigma = [L]^2$$

A seção de choque tem unidade de área:

$$1 \text{ barn } (b) = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Quando vários processos podem ocorrer numa colisão, define-se a seção de choque total como a soma das seções de choque parciais:

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sum_i \sigma_i$$

Frequentemente deseja-se medir a seção de choque em função de alguma variável, como ângulo ou energia da partícula espalhada: seção de choque diferencial.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)\ d\Omega = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)\ \sin\theta\ d\theta\ d\phi$$

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma}{dE}(E)$$

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{dE}(E)\ dE$$

