- CAPÍTULO 5 -

EFEITOS TÉRMICOS

No capítulo 2, escrevemos a equação de conservação de energia na forma (2.39), a qual, na ausência de viscosidade e dissipação ôhmica é dada por

$$\rho T \frac{dS}{dt} = K\nabla^2 T - \rho\mathcal{L}(\rho, T) \tag{5.1}$$

Aqui nós discutiremos algumas das consequências dessa "equação de calor" em astrofísica. Começaremos a discutir condução térmica.

5.1 Condução Térmica (K)

Começaremos por derivar uma expressão para K em um plasma sem campo magnético, $\vec{B} = 0$. Por simplicidade, consideramos um caso onde $\mathcal{L}$ é desprezível e onde a dinâmica é consistente com ρ sendo constante no tempo e no espaço.

Uma vez que de (2.46):

$$S = \frac{k_\beta}{\overline{m}} ln\left(\frac{T^{3/2}}{\rho}\right) = \frac{3k_\beta}{2\overline{m}} lnT - \frac{k_\beta}{\overline{m}} ln\rho \tag{5.2}$$

Se ρ é constante, obtemos (onde k_β = constante de Boltzmann):

$$\rho T \frac{dS}{dt} = \frac{3k_\beta}{2\overline{m}} \rho \frac{dT}{dt} = K\nabla^2 T \tag{5.3}$$

A qual é uma equação de difusão com um coeficiente de difusão

$$D = \frac{2\overline{m}K}{3k_\beta \rho} = \frac{2K}{3k_\beta n} \tag{5.4}$$

Onde n é a densidade numérica das partículas $n = \rho/\bar{m}$. Dentro de fatores da ordem da unidade, portanto,

$$K \sim k_\beta n D \sim k_\beta n \lambda v \tag{5.5}$$

Onde a velocidade térmica é $v \sim (k_\beta T/m)^{1/2}$, e $\lambda = (n\sigma)^{-1}$ é o livre caminho médio para colisões em termos da secção de choque Coulombiana σ:

$$\sigma \sim \left(\frac{e^2}{k_\beta T}\right)^2 ln\Lambda \tag{5.6}$$

(Esta fórmula é baseada na secção para deflexões de 90^o, a qual corresponde a $e^2/k_\beta T$, e leva em conta o crescimento na secção de choque por um fator $ln\Lambda$ devido a colisões mais distantes; veja eq. 1.22). Injetando as expressões para λ e σ em (5.5), obtemos:

$$K \sim k_\beta \left(\frac{k_\beta T}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{k_\beta T}{e^2}\right)^2 (ln\Lambda)^{-1} \sim \frac{k_\beta^{7/2} T^{5/2}}{m^{1/2} e^4 ln\Lambda} \tag{5.7}$$

Mostrando que K é independente da densidade (porque o conteúdo de energia é proporcional a ρ, enquanto o livre-caminho-médio é inversamente proporcional a ρ), mas bastante sensível à temperatura. Logo, a condução térmica é importante particularmente em regiões quentes como coroas de estrelas e discos de acresção, a fase quente do meio interestelar (com $T \simeq 10^6 K$) e o gás intra-aglomerado em aglomerados de galáxias ($10^8 K$). (Assim, a condução térmica é importante em regiões onde detectores de raio-X veêm algo!).

Spitzer (1962) mostra que para o caso de gás de hidrogênio puro, o coeficiente em (5.7) é 0.98. Logo

$$K = 1.9 \times 10^{-5} \frac{T^{5/2}}{ln\Lambda} \quad erg\ cm^{-1} s^{-1} K^{-1} \tag{5.8}$$

Agora, consideremos o efeito do campo magnético. Tanto íons como elétrons giram em torno de um centro-guia fictício que se move ao longo de uma dada linha de força; o raio de circulação r_B é dado por (1.3) e (1.4):

$$r_B = \frac{v_\perp}{\omega_B} \sim \left(\frac{k_\beta T}{m}\right)^{1/2}\left(\frac{mc}{eB}\right) = \frac{(k_\beta T)^{1/2} m^{1/2} c}{eB} \tag{5.9}$$

(se a velocidade da partícula é da ordem da velocidade térmica).

Durante o tempo de colisão $t_c = \lambda/v$ uma partícula carregada troca momento com outra uma vez, e seu centro guia é deslocado uma distância da ordem de r_B. A difusão efetiva tem um coeficiente:

$$D_\perp = \frac{1}{3}\frac{r_B^2}{t_c} \tag{5.10}$$

Que pode ser comparado com o coeficiente de difusão paralelo:

$$D_{//} = \frac{1}{3} v\lambda = \frac{1}{3}\frac{\lambda^2}{t_c} \tag{5.11}$$

O qual se aplica na ausência de campo magnético, ou efetivamente, a colisões ao longo do campo magnético.

Logo, para estimar $K_\perp$, nós multiplicamos K calculado para a partícula apropriada (eq. 5.7, onde $K = K_{//}$) por:

$$\frac{K_\perp}{K_{//}} \simeq \left(\frac{r_B}{\lambda}\right)^2 \sim \left[\frac{(k_\beta T)^{1/2} m^{1/2} c}{eB}\frac{ne^4 ln\Lambda}{(k_\beta T)^2}\right]^2 = \frac{mc^2 n^2 e^6 (ln\Lambda)^2}{B^2 k_\beta^3 T^3} \tag{5.12}$$

Logo,

$$\begin{aligned} K_\perp &\sim \frac{k_\beta^{7/2} T^{5/2} mc^2 n^2 e^6 (ln\Lambda)^2}{m^{1/2} e^4 ln\Lambda B^2 k_\beta^3 T^3} \\ &\sim \frac{k_\beta^{1/2} m^{1/2} c^2 n^2 e^2 ln\Lambda}{B^2 T^{1/2}} \end{aligned} \tag{5.13}$$

Até este ponto, nós não excluímos nem os íons nem os elétrons como os principais contribuintes para $K_\perp$, mas vemos que $K_\perp$ para os prótons é $(m_p/m_e)^{1/2} = 43$ vezes

maior que para os elétrons, logo usaremos os prótons. De acordo com Spitzer (1962), a fórmula exata para prótons é

$$K_\perp = \frac{8\pi^{1/2} m_p^{1/2} c^2 n^2 e^2 ln\Lambda k_\beta^{1/2}}{3B^2 T^{1/2}} \tag{5.14}$$

Portanto

$$K_\perp = 1.5 \times 10^{-17} \frac{n^2 ln\Lambda}{B^2 T^{1/2}} \; erg \; cm^{-1} s^{-1} \;\; K^{-1} \tag{5.15}$$

Na prática, este número normalmente é bem pequeno, conforme esperado do fato de que em muitas circunstâncias $r_B << \lambda$. Segue-se daí que a condução térmica perpendicular a $\vec{B}$ é normalmente desprezível e portanto, o efeito da condução térmica é de suavizar os gradientes de temperatura ao longo de $\vec{B}$, sem afetar gradientes perpendiculares a $\vec{B}$. Este fato tem aplicações na coroa solar, onde a condução térmica ao longo de $\vec{B}$ é bastante eficaz. Pode também ser importante no meio intraglomerado dos aglomerados de galáxias. Até o menor campo magnético suprime a condução perpendicular a $\vec{B}$, de modo que se houver um campo magnético caótico presente, o tempo para suavizar gradientes de temperatura será mais longo que se o campo for zero.

A simples fórmula (5.8) para condução paralela é às vezes bem enganadora. É fácil ver que a razão entre o fluxo de calor por condução, $Q = -KdT/dx$, o máximo valor possível do fluxo, obtido a partir da velocidade dos elétrons vezes a densidade de energia, $(k_\beta T/m_e)^{1/2} n_e kT$, é $\lambda dlnT/dx$, onde λ é o livre-caminho-médio. Esta razão deve ser < 1 para (5.8) fazer sentido, porque o conceito de condutividade térmica é derivado do termo de primeira ordem em uma expansão da função de distribuição $f(\vec{x}, \vec{p})$ em potências de λ. Mas, a razão não seria < 1 se o gradiente calculado resulta uma mudança significativa em lnT em $\Delta x = \lambda$. Isso não quer dizer que o transporte de calor é desprezível se o critério acima é violado, significa que não se pode usar (5.8) para calculá-lo nesse caso. Alguns autores advogam que, ao invés de (5.8), deve-se utilizar o "fluxo de calor saturado", o qual é igual a uma fração razoável do máximo valor possível, em tais casos.

5.2 Instabilidade Térmica

A condução age no sentido de diminuir diferenças de temperatura, logo não esperamos que ela tenha um efeito desestabilizante na temperatura. No entanto, o termo $\mathcal{L}$ que descreve as perdas de energia por radiação ($\mathcal{L} > 0$) ou os ganhos ($\mathcal{L} < 0$) pode levar a instabilidade. Suponhamos que ρ seja mantido constante, então (5.1) torna-se (desprezando-se $K\nabla^2 T$):

$$\frac{3k_\beta}{2\overline{m}}\frac{dT}{dt} = -\mathcal{L}(T) \tag{5.16}$$

Se na ausência de condução há um balanceamento entre ganhos e perdas a uma temperatura $T_o, \mathcal{L}(T_o) = 0,$ e (5.16) implica que T_o é constante com o tempo. Se, no entanto, uma pequena perturbação na temperatura T_1 é introduzida, tal que $T = T_o + T_1$, podemos expandir $\mathcal{L}$ em torno do valor T_o:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(T_o) + T_1\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho (T_o) + ... \tag{5.17}$$

e obter uma solução para (5.16):

$$T_1(t) \sim exp\Big[- \frac{2\overline{m}}{3k_\beta}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho (T_o)t\Big] \tag{5.18}$$

Se $(\partial\mathcal{L}/\partial T)_\rho > 0$, qualquer flutuação de temperatura é eliminada e T retorna a T_o. Se, no entanto, $(\partial\mathcal{L}/\partial T)_\rho < 0$, uma "instabilidade térmica" se desenvolve resultante do fato de que o material a uma temperatura elevada resfria menos efetivamente e a temperatura cresce ainda mais. A energia para isso vem de todo tipo de mecanismo de aquecimento (dissipação em ondas, partículas de alta energia, reconexão) que balanceia o resfriamento no começo.

É ingenuidade assumir, como fizemos, que a densidade é fixa. Se a perturbação em temperatura varia espacialmente, os gradientes de temperatura correspondentes irão levar a gradientes de pressão, os quais aceleram o material, alterando a densidade e afetando $\mathcal{L}$

através de sua dependência com ρ. Isto tem a implicação interessante de que um tratamento apropriado da instabilidade pode levar à formação de condensações frias, como veremos. Uma vez que tais condensações são observadas na coroa solar (proeminências), no meio interestelar (nuvens), núcleos ativos de galáxias (nuvens de regiões de linhas largas, isto é, "broad-line regions"), jatos cósmicos (nos lobos e ao longo do jato), e no meio intergaláctico (nuvens Lyman- α), é útil estudarmos instabilidade térmica com algum detalhe. Para começar, usaremos como referência a discussão geral de perturbação do Cap. 3, a qual resultou nas eqs. (3.30) e (3.32), onde α é dado por (3.19). Lembremos que anteriormente colocamos $\alpha = 1$, correspondendo a condições adiabáticas. Agora, investigaremos o que acontece quando $\alpha \neq 1$. Por simplicidade, tomaremos $\theta = 0$, correspondendo a propagação paralela a $\vec{B}$, e ignoraremos a viscosidade cinemática ν e também ν_M. Nesse caso, (3.32) torna-se a relação de dispersão para uma onda Alfvén pura polarizada ao longo da direção-3, a qual não é de interesse na presente discussão, enquanto que (3.30), a qual é de nosso interesse aqui, é simplesmente:

$$n^2 + \gamma\alpha v_s^2 k^2 = n^2 + \gamma v_s^2 k^2 \left[\frac{\frac{Rn}{\mu(\gamma-1)} + \frac{1}{\gamma}\left(\mathcal{L}_T - \frac{\rho_o}{T_o}\mathcal{L}_\rho\right) + \frac{K_o k^2}{\gamma\rho_o}}{\frac{Rn}{\mu(\gamma-1)} + \mathcal{L}_T + \frac{K_o k^2}{\rho_o}} \right] = 0 \qquad (5.19)$$

Onde n é a taxa de crescimento do modo e onde fizemos:

$$\overline{m} = \mu m_H = \mu \frac{k_\beta}{R} \qquad (5.20)$$

em termos do peso molecular (adimensional) e da constante dos gases $R = 8.3 \times 10^7$ erg

$\mathrm{mol}^{-1}K^{-1}$ para evitar confusão entre a constante de Boltzmann k_β e o número de onda k.

Aqui, $\mathcal{L}_T \equiv (\partial\mathcal{L}/\partial T)_\rho$, e $\mathcal{L}_\rho \equiv (\partial\mathcal{L}/\partial\rho)_T$.

Vemos que (5.19) é uma equação cúbica para n, indicando que há um novo modo além dos dois modos acústicos que obtivemos anteriormente com $\alpha = 1$ ($v_\phi = \pm\gamma^{1/2}v_s$; eq. 3.50). Podemos escrever (5.19) de modo mais simples se definirmos os seguintes 4 números de onda auxiliares:

$$k_T = \frac{(\gamma-1)\mu\mathcal{L}_T}{R\gamma^{1/2}v_s} \tag{5.21}$$

$$k_\rho = \frac{(\gamma-1)\mu\mathcal{L}_\rho\rho_o}{R\gamma^{1/2}v_sT_o} \tag{5.22}$$

$$k_K = \frac{R\gamma^{1/2}v_s\rho_o}{\mu(\gamma-1)K_o} \tag{5.23}$$

$$k'_T = k_T + \frac{k^2}{k_K} \tag{5.24}$$

Os quais nos permitem escrever (5.19) na forma:

$$n^3 + \gamma^{1/2}v_sk'_Tn^2 + k^2\gamma v_s^2n + (\gamma^{1/2}v_s)^3\left[\gamma^{-1}k^2(k'_T - k_\rho)\right] = 0 \tag{5.25}$$

As raízes desta equação e seus modos correspondentes são analisados em detalhe em Field (1965); aqui nos contentaremos com o caso especial no qual o comprimento de onda da perturbação é pequeno, em particular, que $k >> k'_T$ e k_ρ. Isto corresponde ao caso no qual uma onda sonora pode atravessar uma perturbação antes que ela resfrie ou se aqueça muito. Nesse caso, podemos desenvolver soluções n para (5.25) em uma série de potências das pequenas quantidades k_ρ/k e k'_T/k,

$$n = n_o + n_1 + ... \tag{5.26}$$

onde n_o é independente de k'_T ou k_ρ, e n_1 (proporcional a k'_T ou k_ρ) é a correção de primeira ordem. Se substituímos (5.26) em (5.25) e reunimos termos da mesma ordem em k'_T ou k_ρ, verificamos que para a ordem zero, temos:

$$n_o\left[n_o^2 + \gamma v_s^2 k^2\right] = 0 \tag{5.27}$$

e para a primeira ordem

$$n_1\left[3n_o^2 + \gamma v_s^2 k^2\right] + n_o^2 \gamma^{1/2} v_s k'_T + \gamma^{1/2} v_s^3 k^2 (k'_T - k_\rho) = 0 \tag{5.28}$$

Logo, para a ordem zero, obtemos os modos acústicos de (3.50):

$$n_o = \pm i\,\gamma^{1/2} v_s k \tag{5.29}$$

os quais viajam com a velocidade do som adiabática, conforme esperado, porque na menor ordem em k'_T ou k_ρ, as perdas e ganhos energéticos são desprezíveis ($\alpha \simeq 1$). Mais interessante é o novo modo $n_o = 0$, o qual é marginalmente estável se efeitos não adiabáticos são desprezados. Para entender sua natureza, substituímos $n_o = 0$ em (5.28) e obtemos que para a 1^a ordem, n_1 para esse modo é dado por;

$$n_1 = \gamma^{-1/2} v_s \big(k_\rho - k_T - \frac{k^2}{k_K}\big)$$

$$= -\frac{(\gamma-1)\mu}{\gamma R}\big(\mathcal{L}_T - \frac{\rho_o}{T_o}\mathcal{L}_\rho + \frac{k^2 K_o}{\rho_o}\big) \tag{5.30}$$

A combinação $\mathcal{L}_T - \frac{\rho_o \mathcal{L}_\rho}{T_o}$ é fisicamente significante; ela pode ser escrita:

$$\mathcal{L}_T - \frac{\rho_o}{T_o}\mathcal{L}\rho = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho - \frac{\rho_o}{T_o}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}\right)_T$$

$$= \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}\right)_T = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_p \tag{5.31}$$

Desde que $p = R\rho T/\mu$. Além do mais notamos que:

$$\frac{\gamma R}{(\gamma - 1)\mu} \equiv C_p \tag{5.32}$$

o calor específico (por unidade de massa) a pressão constante (com $R/[(\gamma - 1)\mu]$ indo para a energia interna e R/μ indo para o trabalho). Então, (5.30) pode ser escrito como:

$$n_1 = -\frac{\left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_p + \frac{k^2 K_o}{\rho_o}\right]}{C_p} \tag{5.33}$$

Se nós olharmos de volta em (3.19), nós veremos que (5.33) é a condição em que α, e portanto, a perturbação na pressão p_1, anula-se, logo o novo modo desenvolve-se a pressão constante, com $T_1/T_o = -\rho_1/\rho_o$. Esse novo comportamento é impossível se assumimos $\mathcal{L} = 0$, isto é, condições adiabáticas (onde $T_1/T_o = (\gamma - 1)\rho_1/\rho_o$), mas pode ocorrer quando $\mathcal{L}$ é levado em conta e se o comprimento-de-onda é pequeno o bastante, como assumido anteriormente, para permitir que o equilíbrio de pressão seja estabelecido. Vemos que se a condução térmica for colocada de lado, $n_1 > 0$ (instabilidade) se $(\partial L/\partial T)_p < 0$, isto é, se sob as condições de pressão-constante prevalecentes, uma porção de plasma com temperatura maior que a temperatura média tem resfriamento menor do que o médio, logo o processo de resfriamento cresce exponencialmente. À medida que regiões quentes tornam-se mais quentes a pressão constante, elas expandem, enquanto que as regiões mais frias condensam e tornam-se ainda mais frias, daí o nome "modo de condensação". O resultado final pode então ser a formação de condensações de gás frio imersas em um meio quente, tal como observado em várias situações astrofísicas. O tempo para tal processo ocorrer é n_1^{-1}, ou

$$n_1^{-1} = \frac{C_p}{-(\partial \mathcal{L}/\partial T)_p} \tag{5.34}$$

que pode ser comparado com $-C_\rho/(\partial \mathcal{L}/\partial T)_\rho$ que segue de (5.18) se assumimos (erroneamente) que a densidade permanece constante.

Há casos nos quais:

$$\rho\mathcal{L}(\rho,T) = -\rho G + \rho^2 L(T) \tag{5.35}$$

Onde o aquecimento, ρG, depende de ρ mas, se G é constante, não depende de T. O resfriamento depende de ρ^2 (através do papel das colisões binárias causando liberação de radiação em um plasma diluído) e de T (por meio da sensibilidade à temperatura dos níveis atômicos e moleculares sendo excitados). Nesse caso:

$$\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho - \frac{\rho_o}{T_o}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\rho}\right)_T = \rho_o L' - \frac{\rho_o}{T_o}L =$$

$$\frac{\rho_o L}{T_o}\left[\left(\frac{dlogL}{dlogT}\right)_o - 1\right] \tag{5.36}$$

Logo, na ausência de condução, o meio é termicamente instável se

$$\left(\frac{dlogL}{dlogT}\right)_o < 1 \tag{5.37}$$

O qual é de fato frequentemente o caso. Até aqui, ignoramos a condução térmica. Se a mesma é incluída, (5.30) mostra que para haver instabilidade k_ρ deve exceder não apenas k_T mas

$$k_T' = k_T + \frac{k^2}{k_K} \tag{5.38}$$

Nós já vimos que a instabilidade térmica irá ocorrer para pequenos comprimentos de onda (grandes k's), os quais permitem que o equilíbrio de pressão seja estabelecido, enquanto Field (1965) mostra que se, por outro lado, k é pequeno, a taxa de crescimento é proporcional a k, devido à lentidão com que a pressão pode equilibrar-se sobre grandes distâncias. Evidentemente, k não pode ser grande demais, ou a condução térmica irá estabilizar o modo; fisicamente isso ocorrerá porque as regiões condensadas, as quais dependem do resfriamento radiativo, serão aquecidas pela energia conduzida das regiões

vizinhas de maior temperatura. De acordo com (5.30), a taxa de crescimento em presença de condução térmica é reduzida a zero no número de onda crítico:

$$k_c = \left[k_K(k_\rho - k_T)\right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{\rho_o}{K_o}\left(\frac{\rho_o}{T_o}\mathcal{L}_\rho - \mathcal{L}_T\right)\right]^{1/2} \tag{5.39}$$

Uma vez que n é pequeno para k pequeno e anula-se para $k > k_c$, devemos esperar que exista um número de onda no qual a taxa de crescimento é máxima. Field (1965), mostra que isto é verdadeiro e que

$$k(n = max) \sim \left[k_\rho^2(k_\rho - k_T)k_K\right]^{1/4} \tag{5.40}$$

Logo:

Para um plasma de Hidrogênio-Hélio em equilíbrio colisional à temperatura T (isto é, sem ionização por fontes externas de radiação), a função de resfriamento L cresce rapidamente até $T \sim 10^5 K$, a partir daí varia lentamente com T pois o H e o He tornam-se amplamente ionizados (de modo que sua radiação de linha induzida colisionalmente não é mais efetiva para o resfriamento). O resfriamento L permanece aproximadamente constante com T até $T \sim 10^7 K$ $(L \sim T^o)$, e então cresce com $T^{1/2}$ devido à emissão livre-livre, ou seja,

o bremsstrahlung térmico (veja Figura 5.2 abaixo). Segue-se que plasmas opticamente finos aquecidos acima de $10^5 K$ por processos que são incensíveis à temperatura podem ser termicamente instáveis à formação de condensações frias em equilíbrio com um "meio intra-nuvem" quente. Esta configuração assemelha-se um pouco com duas fases distintas (gás e líquido) apesar de que aqui ambas as regiões a quente e a fria são gases. Como no equillíbrio de duas fases, uma possui fronteiras de fase nas quais o material pode mudar de uma fase para outra. No caso astrofísico, as fronteiras não podem ser perfeitamente estreitas, pois iria implicar num fluxo de calor condutivo bem grande o qual iria destruir o equilíbrio.

Pode-se mostrar que uma interface se estabelece na qual todas as fases intermediárias, incluíndo as instáveis, estão presentes. As fases intermediárias são estáveis nessa fronteira por causa da condução térmica. Consideremos uma pressão crítica p_c (denominada pressão de vapor). Esta seria a pressão na qual o fluxo de energia que entra na fronteira (vindo da fase quente) é irradiado antes que seja conduzido para a zona fria. Se a pressão do sistema assume então o valor crítico (a pressão de vapor), a energia é irradiada para fora na fronteira condutiva é não penetra nas condensações. Se por outro lado, a pressão é baixa demais, a densidade na fronteira é baixa demais ($p < p_c$)para irradiar o calor que está sendo conduzido para dentro dela, e o fluxo de calor penetra (por condução) na condensação. Uma vez que a densidade é baixa demais para irradiá-lo, o único modo de o sistema livrar-se do calor é através da condução deste para uma parte do material condensado que então se muda para a fase quente. Nesse sentido, a condensação tende a evaporar, aumentando a pressão na fase quente até que a pressão de vapor seja alcançada. Se, por outro lado, a pressão excede a pressão de vapor ($p > p_c$), mais gás da fase quente vai condensar até que a pressão de vapor ser alcançada novamente. Desse modo, o sistema possui uma partição bem definida entre fases quente e fria.

A questão das fronteiras entre as fases é bastante interessante; particularmente para as "nuvens de Lyman-α" no meio intergaláctico, inferidas das linhas de absorção nos espectros de quasares. Acredita-se que o meio-intergaláctico (MIG) encontra-se em geral a $T \sim 10^6$ K, enquanto que as nuvens estão a $\sim 10^4 K$. Uma vez que a pressão parece estar abaixo da pressão de vapor, então parece que a condução térmica devia estar evaporando as nuvens. Uma explicação concebível é que campos magnéticos fracos estão presentes, os quais inibem a condução térmica na direção perpendicular ao campo. Se as nuvens, tal como as proeminências solares, são filamentos alinhados com o campo magnético, a persistência das nuvens pode ser compreendida. Isso poderia sugerir inclusive a existência de campos magnéticos pré-galácticos, uma pista bastante importante em cosmologia.

5.3 Ventos Térmicos

Ventos estelares são lugar comum em astrofísica! Eles têm particular importância na

diminuição da rotação estelar. Vamos discutir ventos aqui de modo suscinto, começando pela seguinte idéia. Suponhamos que há uma fonte de energia tal como ondas ou dissipação magnética na parte externa da atmosfera de uma estrela (ou galáxia, onde aquecimento por supernovas é relevante). Se a energia não pode ser irradiada para fora tão rapidamente quanto é introduzida no sistema (porque a densidade é baixa demais), ou pelo menos conduzida para baixo para as camadas mais internas e frias da atmosfera, como na coroa solar, a temperatura da atmosfera irá subir, e com ela, a escala de altura da atmosfera. Se a escala de altura se aproxima do raio da estrela, o campo gravitacional (GM/r^2) é tão fraco na atmosfera superior que a escala de altura fica ainda maior, e verifica-se que não há nenhum equilíbrio hidrostático. Então, o único modo para o gás livrar-se do excesso de calor é expandir, e temos um vento térmico. Na coroa solar, o aquecimento magnético parece ser geral (onipresente). Se o campo local é forte, o gás não pode exercer pressão bastante para sobrepujar a tensão magnética que o mantém preso ao Sol, e a energia é capturada em "loops" magnéticos, onde ela é amplamente conduzida para as camadas mais internas, para ser irradiada na cromosfera (a qual é mais densa). O resultado é a brilhante emissão $H\alpha$ que associamos com regiões magnéticas.

Se, por outro lado, o campo é muito fraco, a pressão do gás vence, e as linhas do campo magnético "inflam" para fora e são varridas para fora radialmente por um vento térmico. A maior parte da energia vai para a aceleração do gás, e pouca é deixada para ser conduzida para baixo para a cromosfera. Logo, o vento solar origina-se em regiões que "parecem" ser menos ativas (magneticamente). A teoria do vento solar foi idealizada por Parker antes de ele ser observado e é descrita no livro de Parker (1963).

Como vimos anteriormente, o livre-caminho-médio contra colisões Coulombianas é enorme para as densidades típicas do vento solar; portanto, esperamos que a condução térmica seja bem efetiva em manter uma alta temperatura a grande distância do Sol. Logo, em primeira aproximação, nós simplesmente assumimos que o vento é isotérmico à temperatura T. A equação de continuidade para um fluído radial com simetria esférica implica em que:

$$\rho v R^2 = const. \tag{5.41}$$

onde assumimos estado estacionário ($\partial_t = 0$). Se ignoramos o "stress" magnético (o que é correto para o caso de um campo radial e, portanto, parelelo ao movimento no caso), a componente radial da equação de movimento no estado estacionário é dada por:

$$\rho v \frac{dv}{dR} + \left(\frac{k_\beta T}{\overline{m}} \right) \frac{d\rho}{dR} + \rho \frac{GM}{R^2} = 0 \tag{5.42}$$

Logo:

$$\frac{d}{dR}\left(\frac{1}{2}v^2 + v_s^2 ln\rho - \frac{GM}{R}\right) = 0 \tag{5.43}$$

Onde v_s é a velocidade do som definida em (3.24) ($v_s^2 = k_\beta T/\bar{m}$). As eqs. (5.41) e (5.43) fornecem duas integrais do movimento, suficientes para determinar ρ e v. Se eliminamos ρ de (5.43), obtemos:

$$\frac{1}{2}v^2 - v_s^2 lnv - 2v_s^2 lnR - \frac{GM}{R} = cte \tag{5.44}$$

a qual determina $v(R)$. É costume escrever-se $u = v/v_s$ e $x = R/R_p$, onde o raio de Parker R_p é dado por:

$$R_p = \frac{GM}{v_s^2} \tag{5.45}$$

E nesse caso, (5.44) torna-se:

$$\frac{1}{2}u^2 - lnu = 2lnx + \frac{1}{x} + a \tag{5.46}$$

Onde a é uma constante. Se diferenciarmos em relação a x, verificamos que

$$\frac{du}{dx} = \frac{u}{x^2}\frac{2x-1}{u^2-1} \tag{5.47}$$

De modo que du/dx tornar-se ∞ em $u = 1$ (o "ponto sônico", i.e., onde $v = v_s$) a menos que $x = 1/2$ nesse ponto. O ponto $x = 1/2$ (onde $R = 1/2R_p = GM/2v_s^2$) é chamado de ponto crítico do vento. Notamos que a velocidade de escape de $x = 1/2$ é dada por:

$$v_{esc}^2 \equiv \frac{2GM}{R} = \frac{4GM}{R_p} = 4v_s^2 = 4v^2 \tag{5.48}$$

Logo,

$$v(x = 1/2) = \frac{1}{2} v_{esc}(x = 1/2) \tag{5.49}$$

e aceleração adicional pelo gradiente de pressão deve ocorrer fora de $x = 1/2$ para que a velocidade de escape seja alcançada (veja abaixo).

Uma vez escolhido o ponto $x = 1/2$ como o ponto sônico $u = 1$ para manter finito $u' = du/dx$, nós notamos que a razão $(2x - 1)/(u^2 - 1)$ é indeterminada. Para encontrar seu valor, utilizaremos a regra de L' Hospital para mostrar que:

$$\lim_{x \to 1/2} \frac{2x - 1}{u^2 - 1} \quad \lim_{x \to 1/2} \frac{d/dx(2x - 1)}{d/dx(u^2 - 1)} = \frac{1}{uu'} \tag{5.50}$$

Logo, de (5.47):

$$\lim_{x \to 1/2} u' = \frac{u}{x^2} \frac{1}{uu'} = \frac{4}{u'} \tag{5.51}$$

Porquanto

$$u' = \pm 2 \tag{5.52}$$

Há 2 curvas solução através do ponto crítico, 1 e 2, as quais dividem as curvas solução em regiões A, B, C, e D, conforme mostrado na fig. 5.3.

Desde que ambas as curvas críticas 1 e 2 passam pelo ponto crítico $x = 1/2,\ u = 1$, o valor de a ao longo de cada uma daquelas curvas é:

$$a = \frac{1}{2}u^2 - lnu - 2lnx - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{2} - 2ln\big(\frac{1}{2}\big) - 2 = -0.1137 \tag{5.53}$$

enquanto as outras curvas têm outros valores de a.

Quais curvas solução são fisícamente aceitáveis? As soluções nas regiões B e D não são aceitáveis porque possuem duplo valor. Soluções nas regiões A aceleram para fora acima

de $x = 1/2$ (onde $du/dx = 0$ em concordância com (5.47)), conforme esperado do gradiente de pressão para dentro, mas são desaceleradas por gravidade em $x < 1/2$, logo, elas têm que começar em x pequenos com alta velocidade, para a qual não haveria nenhuma razão razoável. Assim, podemos colocar tais soluções também de lado. E as soluções na região C? Elas dividem com a solução crítica 2 a propriedade que $u \to 0$ quando $x \to \infty$, logo, de (5.46):

$$-lnu \to 2lnx + a \tag{5.54}$$

ou

$$\frac{vR^2}{v_s R_p^2} = ux^2 \to e^{-a}, \;\; logo \;\; vR^2 \to v_s R_p^2 e^{-a} \tag{5.55}$$

Mas, $vR^2 \sim \rho^{-1}$ de (5.41), então $\rho \to cte = \rho(\infty)$ quando $R \to \infty$.

O valor de $\rho(\infty)$ pode ser obtido por

$$\rho(\infty)(vR^2)(\infty) = \rho_1 v_1 R_1^2 \tag{5.56}$$

Onde 1 refere-se a $1UA$, onde as quantidades são conhecidas das observações, e portanto

$$\rho(\infty) = \frac{\rho_1 v_1 R_1^2}{(vR^2)(\infty)} = \frac{\rho_1 v_1 R_1^2}{v_S R_p^2} e^a \tag{5.57}$$

de (5.55). Uma vez que $a = 1/2u^2 - lnu + cte \quad$ em $x = 1/2$,

$$\left(\frac{da}{du}\right)_{x=1/2} = u - \frac{1}{u} = \frac{u^2 - 1}{u} \tag{5.58}$$

a qual é < 0 para $u < 1$ (o ponto sônico), a cresce à medida que u decresce a partir da solução crítica 2. Logo, $a > -0.11$, e dos valores observados em 1 UA $\rho_1 = 1.4 \times 10^{-23}$ g $\quad$ cm^{-3}, $v_1 = 5 \times 10^7$ cm/s, $R_1 = 1.5 \times 10^{13}$ cm, $\quad v_s = 5 \times 10^6$

cm/s (correspondendo à temperatura observada $2 \times 10^5 K$ em 1 UA), o raio "observado" de Parker é $R'_p = GM/v_s^2 = 5.3 \times 10^{12}$ cm, e encontramos que

$$\rho(\infty) = 1.1 \times 10^{-21} e^{+a} > 1.0 \times 10^{-21} g/cm^3 \tag{5.59}$$

Logo

$$p(\infty) = \rho(\infty) v_s^2 > 2.5 \times 10^{-8} erg/cm^3 \tag{5.60}$$

Muito maior que a pressão estimada do gás interestelar perto do Sol, 1.3×10^{-13} erg/cm^3. Logo, tal como uma atmosfera estática não é uma solução aceitável, soluções do tipo C ou 2 não são tampouco, pois não são compatvéis com as observações .

Concluímos então que a única solução aceitável possível é uma solução crítica do tipo 1. É ela realmente aceitável?

Para responder, consideraremos alguns critérios:

(i) Sem-singularidade: A solução 1 passa (ligeiramente) pelo ponto crítico, acelerando de velocidade subsônica para super-sônica;

(ii) Escape: a velocidade de escape é alcançada onde

$$\frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{2} u^2 v_s^2 = \frac{GM}{R} = \frac{GM}{R_p} \frac{1}{x} = v_s^2 \frac{1}{x} \tag{5.61}$$

Então:

$$\frac{1}{2} u^2 = \frac{1}{x} \tag{5.62}$$

Quando injetamos isso em (5.46), encontramos:

$$lnx = -\frac{2}{3}\ a - \frac{1}{3} ln2 = -0.16 \tag{5.63}$$

Logo, o raio de escape é dado por:

$$\frac{R_e}{R_p} = x = 0.86 \tag{5.64}$$

o qual está acima do ponto crítico ($x = \frac{1}{2}$) No caso do Sol, se tomamos $v_s = 160$ km/s, correspondendo a $T = 2 \times 10^6 K$ na coroa, o valor teórico de R_p é

$$R_p = \frac{GM}{v_s^2} = 5.1 \times 10^{11} cm = 7.2 R_\odot = 0.034\ UA \tag{5.65}$$

Então, a velocidade de escape é alcançada em:

$$R_e = 0.86 R_p = 4.3 \times 10^{11} cm = 6.2 R_\odot = 0.029\ UA \tag{5.66}$$

(iii) A velocidade em $1UA$. A eq. (5.46) aplicada a:

$$x = \frac{1UA}{R_p} = 29 \tag{5.67}$$

dá:

$$\frac{1}{2}u^2 - lnu = 6.7 \tag{5.68}$$

Para a qual a solução é:

$$u = 4.0 \tag{5.69}$$

Logo

$$v = 4.0 v_s = 650 km/s \tag{5.70}$$

comparado ao valor observado, 500 km/s, demonstra um acordo razoável.

(iv) Velocidade em $R_\odot$. Uma vez que $x = R_\odot/R_p = 0.14$ na base da coroa, a pequena raiz de (5.46) resulta:

$$u = 0.043 \tag{5.71}$$

correspondendo à velocidade:

$$v_\odot = 0.043 v_s = 7.0 km/s \tag{5.72}$$

Provavelmente, tal velocidade baixa não é detectada no presente.

(v) A densidade em $1UA$. A conservação de massa dá:

$$\rho_1 = \rho_\odot \frac{v_\odot R_\odot^2}{v_1 R_1^2} \tag{5.73}$$

Colocando a densidade observada na base da coroa, $\rho_\odot = 10^8 m_H = 1.6 \times 10^{-16}$ g cm^{-3}, e usando os valores acima para $v_\odot$ e v_1, resulta:

$$\rho_1 = 3.9 \times 10^{-23} g/cm^3 \tag{5.74}$$

que comparado à densidade observada, 1.4×10^{-23} g/cm^3, demonstra acordo satisfatório. Provavelmente, a taxa de perda de massa real (e portanto, de densidade) é determinada pela energia colocada na base do vento. No Sol, acredita-se que esta energia é energia magnética dissipada nas linhas do campo magnético abertas (veja PS 6.3, adiante no curso).

(vi) Comportamento a grandes distâncias. A eq. (5.46) prevê que quando $x \to \infty$,

$$u \sim 2(lnx)^{1/2} \to \infty \tag{5.75}$$

um resultado que, à primeira vista parece perturbador. De onde está vindo a energia? Lembremos que nós substituímos a equação de energia pela hipótese de que $T = cte$, a qual por sua vez foi justificada pela eficiência da condução térmica em mantê-la constante, mas, claramente, isto não irá continuar a ser efetivo a grandes distâncias. De fato, estamos vendo a falha parcial dessa hipótese no fato de que $T(1UA) \sim 10/T_\odot$. Este valor é mais próximo de uma expansão isotérmica que de uma adiabática, a qual resultaria $(\rho_1/\rho_\odot)^{2/3} = T_1/T_\odot \sim 4 \times 10^{-5}$, mas ainda indicativo de que a hipótese de "totalmente isotérmico" não é completamente válida.

Hollweg (1978) argumenta que alguma fonte de calor adicional, além da condução térmica por elétrons, é necessária para manter a temperatura observada.

Ele invova aquecimento por ondas Alfvén para isso. Tais ondas, com $B_1 = 2 \times 10^{-5}G$ e períodos ~ 1 hora foram detectados em $1UA$, propagando para fora do Sol; ele argumenta que a dissipação dessas ondas em grandes raios pode manter o gás quente. Não é claro, no entanto, o que gera tais ondas.

Uma questão final diz respeito à interface com o meio interestelar. Vimos que $v \sim (lnR)^{1/2}$ a grandes distâncias na solução isotérmica, e portanto, v provavelmente não cresce assim tão rápido em uma solução mais realística. Uma vez que $\rho v R^2$ é constante, a pressão dinâmica (isto é, o fluxo de momento) do vento

$$\rho v^2 = (\rho v)v \sim \frac{(lnR)^{1/2}}{R^2} \tag{5.76}$$

cai aproximadamente com R^{-2}. Seu valor em $1UA$ é $3.5 \times 10^{-10} - 10^{-8}$ dy/cm^2, cerca de 10^5 vezes uma pressão interestelar típica. Possivelmente, então, em $\sim 300UA$ teria caído para valores interestelares, e o vento não seria mais capaz de empurrar o MIS diante dele. Sob estas circunstâncias espera-se que uma onda de choque estacionária se forme para fazer a transição entre o vento solar de alta-velocidade e baixa-densidade, e o meio-interestelar de baixa-velocidade e alta-densidade. Esta onda de choque foi "observada" pela nave Pioneer 10 à medida que deixava o Sistema Solar.