

LA ESCALA DE DISTANCIAS EXTRAGALACTICAS

J. L. S̄exic

Observatorio Astronómico, Córdoba  
CONICET, Buenos Aires, Argentina

## INDICE

	<u>Pág.</u>
1 - INTRODUCCIÓN .....	1015
2 - INDICADORES DE DISTANCIA .....	1019
3 - INDICADORES FOTOMÉTRICOS .....	1021
4 - LAS VARIABLES CEFÉIDAS .....	1025
5 - ESTRELLAS MÁS BRILLANTES .....	1031
6 - ESTRELLAS RR LYRAS .....	1033
7 - ESTRELLAS GIGANTES ROJAS .....	1035
8 - NOVAS Y SUPERNOVAS .....	1037
9 - CÚMULOS GLOBULARES .....	1039
10 - LUMINOSIDAD INTRINSECA DE LAS GALAXIAS .....	1041
11 - INDICADORES GEOMÉTRICOS .....	1043
12 - DIÁMETROS DE LAS REGIONES HII .....	1045
13 - DIÁMETROS DE GALAXIAS .....	1047
14 - INDICADORES DINÁMICOS DE DISTANCIA .....	1049
15 - LA CALIBRACIÓN DE LOS INDICADORES DE DISTANCIA EN 1978 .....	1053
16 - MÓDULOS DE DISTANCIA EN EL GRUPO LOCAL Y VECINDADES .....	1057
17 - MÓDULO DE DISTANCIA EN EL CUMULO DE VIRGO (CV) Y ESTIMACIONES DE H .....	1061
18 - CONCLUSIÓN .....	1063
BIBLIOGRAFIA .....	1065

## 1 - INTRODUCCIÓN

Las líneas de los espectros ópticos de las galaxias muestran un desplazamiento en la dirección hacia el rojo que aumenta con el decrecimiento del brillo aparente (ley de Hubble). Los hechos parecen ser consistentes con la idea de que las galaxias retroceden con velocidades proporcionales a sus distancias, por lo menos en primera aproximación. La interpretación del desplazamiento de las líneas en la dirección del rojo, en el espectro de una galaxia, debido al efecto Doppler recibió un fuerte apoyo con el descubrimiento de Lilley, Mc Clain y Heeschen (1956) de que las líneas de 21 cm del hidrógeno neutro sufren el mismo efecto y en la misma proporción que en el rango óptico. Hoy sabemos que las velocidades radiales extragalácticas, determinadas por medios ópticos y de radio son totalmente compati- bles (Roberts, 1972). Se discute aún la interpretación de un pequeño porcentaje de casos donde existen argumentos favorables a posibles mecanismos intrínsecos que serían responsables por un corrimiento adicional en la dirección del rojo (Arp, 1976; Vigi er, Pecker, 1976).

El hecho de que una propiedad tan general como el movimiento de las galaxias pudiese ser independiente de la direc- ción indicaría que el universo es isotrópico. Si este no fuese homogéneo, sino solo isotrópico, quedaríamos como observadores privilegiados, algo que resulta difícil de aceptar teniendo en base consideraciones filosóficas de larga tradición y experien- cia en la astronomía. La homogeneidad del universo no necesaria- mente implica que un observador en una galaxia distante tenga una imagen del universo idéntica a la nuestra, si éste fuese

estacionario, o la misma secuencia de eventos si fuese evolutivo. El postulado fundamental de isotropía y de homogeneidad o sea el principio cosmológico, constituye la base fundamental para el estudio del universo en gran escala, ya que sin este principio sería imposible hacer válida la operación fundamental de la física: la comparación.

Sin duda, es necesario otorgar al principio cosmológico su verdadero alcance, pues en caso de ser incorrectamente aplicado podría corromper nuestras conclusiones. El punto más importante de la cuestión es que el principio se refiere a muestras de universo suficientemente grandes, de tal forma que las inhomogeneidades puedan ser consideradas fluctuaciones locales que no interfieran con los elementos de información realmente comparables. En otras palabras, las muestras deben ser lo suficientemente grandes para poder definir valores medios sin errores sistemáticos. Las investigaciones de W.W. Morgan indican que existen fluctuaciones del contenido estelar de las galaxias que son del orden de las dimensiones de los cúmulos y nubes de galaxias. Hasta el presente no es posible afirmar con certeza cuáles son las dimensiones de una celda mínima, sólo es posible admitir que ellas son sensiblemente superiores al volumen de un cúmulo de galaxias, o sea unos  $(10 \text{ Mpc})^3$ .

Otro problema de importancia relevante es el de la homogeneidad e isotropía del campo de velocidades. de Vaucouleurs ha demostrado la existencia de velocidades sistemáticas de rotación y expansión en un super sistema de galaxias centrado en el Cúmulo de Virgo (llamado super galaxia) al cual pertenece el Grupo Local. Resulta así que superpuesto al campo de velocidades originado en la expansión del universo (flujo de

Hubble), podemos encontrar un campo de velocidades sistemático de rotación y deformación sobre volúmenes del orden de  $(10 \text{ Mpc})^3$  asociado a las fluctuaciones de densidad correspondientes a los super sistemas de galaxias.

En consecuencia es preciso tener un conocimiento acabado del campo de velocidades metagalácticos con el objeto de tomarlo en cuenta en la calibración de la ley de Hubble.

A continuación definiremos el concepto de indicador de distancia y presentaremos detalladamente los más importantes. Luego discutiremos los módulos de distancia en el Grupo Local y sus vecindades así como también el del Cúmulo de Virgo.

Finalmente presentaremos un método general para el análisis de los módulos y calibración de indicadores por medio de grupos de galaxias y la determinación de la constante de Hubble.

## 2 - INDICADORES DE DISTANCIA

Los objetos astronómicos que posean por lo menos una característica medible ( $q$ ) para la cual es posible definir un valor medio ( $\bar{q}$ ) y su correspondiente dispersión ( $\sigma_q$ ), se dicen ser indicadores de distancias si resultan ser comparables con los correspondientes a nuestra vecindad, por ejemplo la Galaxia, en el sentido de que la permutación de éstos por aquellos no alteraría la postulada homogeneidad del universo.

Si consideramos eliminados los factores de error en las medidas, restaría una dispersión ( $\sigma_q^*$ ), llamada dispersión intrínseca o dispersión cósmica, que mide el valor de los objetos en cuestión como indicadores de distancia. Es innecesario decir que los únicos objetos de interés práctico son aquellos que poseen dispersión pequeña y valores medios  $\bar{q}$  que los tornen fácilmente observables. Con los métodos actuales apenas es posible establecer tres categorías de indicadores de distancia: fotométricos, geométricos, y dinámicos. En cuanto al corrimiento al rojo, sus posibilidades son muy grandes, pero la necesidad de conocer primero el factor de proporcionalidad  $H$  en la ley de Hubble  $V_R = HD$ , requiere el empleo previo de los otros indicadores. El problema de la escala de distancia se reduce entonces a calibrar, por medio de indicadores fotométricos, geométricos y dinámicos, la constante  $H$  de Hubble.

### 3 - INDICADORES FOTOMÉTRICOS

La comparación de magnitud media aparente ( $m$ ) de un indicador con su correspondiente magnitud absoluta ( $M$ ) no es suficiente para conocer sus distancias, ya que es necesario conocer la absorción galáctica  $A_G$  y eventualmente la absorción interna  $A_I$  en el sistema estudiado para poder llegar así al módulo verdadero de distancia

$$\mu = (m - M)^0 = (m - A_G - A_I - M)$$

una estimación del primer efecto,  $A_G$ , se obtiene a partir de la llamada ley de la cosecante

$$A_G = a_0 \operatorname{cosec} B$$

basada en la hipótesis de una distribución continua y uniforme del medio absorbente en el plano de la galaxia con espesor medio óptico  $a_0$ . Dort determinó  $a_0$  utilizando los recuentos de Hubble y obtuvo  $0^m.23 \pm 0.02$  y  $0^m.22 \pm 0.02$  para los Hemisferios galácticos Norte y Sur respectivamente. Es interesante notar que Holmberg llega a resultados esencialmente concordantes con los anteriores, inclusive en cuanto a la asimetría M-S. En efecto, del análisis estadístico del enrojecimiento de 174 galaxias obtiene al siguiente resultado:

$$B = 0^m.062 \pm 0.007 \text{ (r.m.s.)}$$

es entonces  $a_{pq} = 0^m.248 \pm 0.018$  mientras que la asimetría llega a  $0^m.048 \pm 0.024$  en notable coincidencia con los datos obte-

nidos por Mineur. Investigaciones posteriores de G. de Vaucouleurs y Malick (1969) nos llevaron a considerar las variaciones locales mediante el análisis de los recuentos de galaxias efectuados por Shane y Wirtanen, en Lick. Ellos expresan la absorción como una función de la latitud (B) y longitud (L) galáctica de la siguiente forma:

$$A(L,B) = a_0 z(L,B)$$

y proveen tablas para la función  $z(L,S)$ . Usualmente es aceptada la expresión más simple usada por Humason y Sandage (1956),

$$A_{pg} = 0.25 \operatorname{cosec} B \quad A_{pv} = 0.18 \operatorname{cosec} B$$

Los desvíos locales de esta ley son a veces muy grandes y debemos hacer estimaciones específicas para mejorar sus valores, particularmente en regiones de baja latitud galáctica. La absorción intrínseca  $A_I$  en los sistemas donde observamos indicadores es un problema más difícil de resolver. La dispersión normal en la relación Período-Luminosidad en las Cefeidas de M31 fué interpretada por Baade y Swope como proveniente de la absorción en los brazos espirales donde se encuentran. Esos autores hallan entonces razonable establecer la relación Período-Luminosidad (P-L) solo con las Cefeidas más brillantes. Más adelante veremos que parte de la dispersión es intrínseca, según las investigaciones de Sandage. Para las estrellas no variables es necesario conocer el color y la ley del enrojecimiento que parece ser normal en varios sistemas extragalácticos. En efecto, la razón  $A_{pg}/E$  de la absorción fotográfica  $A_{pg}$  en rela

ción al enrojecimiento  $E = A_{pg} - A_{pv}$ , toma los siguientes valores:

Galaxia	$A_{pg}/E$	Autor
NGC 5194-5	4.3	Holmberg, 1950
NGC 224	4.0	Stebbins, 1950
NGC 3031	3.8	Holmberg, 1950
NGC 5128	4.2	Sérsic, 1958
Galaxia	4.0	Holmberg, 1958

No nos detendremos a describir el origen de los errores sistemáticos que condujeron a escalas fotométricas equívocas pero observaremos la urgente necesidad e importancia de disponer de secuencias fotoeléctricas hasta la magnitud 24. Los grandes y eficientes telescopios actualmente en funcionamiento (4m CTIO, 3.50 ESO, 3.60 Anglo-Australiano) situados en el Hemisferio Sur poseen un alcance tan grande que es rutina registrar objetos de magnitud 24 en sus placas (Blanco, 1976) lo que es el límite máximo del telescopio de 5m de Mt. Palomar. Analizaremos ahora los indicadores fotométricos más importantes.

#### 4 - LAS VARIABLES CEFÉIDAS

El carácter fundamental de las Cefeidas en el problema de la determinación de las distancias fue reconocido a partir del descubrimiento de la relación período-luminosidad, por Miss Leavitt en 1908, un gran número de los más importantes astrónomos dedicaron gran esfuerzo al problema. Entre ellos podemos mencionar a Herström, Shapley, Kukarkin, Mineur, Baade, Thackeray y Wesselinck, Eggen, Arp, Fermie, Kraft, Hodge y Sandage. Se debe a Sandage un importante enfoque del problema que sintetizamos a continuación:

(1) - *Forma de la relación Período-Luminosidad media.* La pendiente media de las relaciones período-luminosidad han sido discutidas desde la época de Miss Leavitt. Resulta claro que tal inclinación depende del espaciamiento de las líneas de período constante en el diagrama H-R como fue notado por Arp y Kraft en 1961. Tal espaciamiento está determinado por la variación del número  $Q = P/\bar{p}$  con la posición en el plano  $M_{bol}$ , B-V. En vez de predecir la función  $Q = f(M, B-V)$  en las bandas de inestabilidad de las Cefeidas, basado en la teoría, es tradicional adoptar una inclinación observada en la relación Período-Luminosidad media de las Cefeidas situadas en Galaxias próximas, usualmente las Nubes de Magallanes. La inclinación deducida de esta forma depende fuertemente de la precisión de la escala de magnitud desde  $B = 12$  hasta  $B = 17$ .

Debido a la existencia de errores progresivos en la escala adoptada en la década del 40 por H. Shapley, la inclinación del gráfico deducida por ese autor era sensiblemente infe

rior ( $\Delta m / \Delta \log P = 1.74$ ). El perfeccionamiento de la escala fotométrica fue hecha por Arp a fines de la década siguiente, gracias a la fotometría fotoeléctrica, dando una inclinación resultante de 2,25. Los trabajos posteriores de Eggen (1960), Gascoigne (1969) y otros para las Nubes, combinados con los de Baade y Swope (1963) para M31 y Kayser (1967) para NGC 6822 dan una inclinación media observada para la relación P-L de  $\Delta M_B / \Delta \log P = 2.55$ .

En realidad, la relación P-L no es estrictamente lineal y no es necesario linealizarla en la práctica, ya que puede ser tabulada con precisión suficiente.

Sandage usó todos los datos fotométricos de primera calidad disponibles en 1967 para Cefeidas en las galaxias del grupo local y produjo un diagrama P-L compuesto, haciendo desplazamientos verticales hasta obtener una dispersión mínima. Los datos que se disponían eran de 13 Cefeidas en la Nube Mayor de Magallanes y 14 en la Nube Menor observadas fotoeléctricamente por Gascoigne y Kron (1965); 17 Cefeidas en la NmM con  $P > 1.1$  medidas fotográficamente pero en relación a la secuencia fotoeléctrica de Arp (1960), 7 Cefeidas en la NMM con  $\log P > 1.1$  observadas fotográficamente por Wooley en relación a secuencias fotoeléctricas (1962); 30 Cefeidas en M31 del trabajo de Baade y Swope (1963) y 13 en NGC 6822 del trabajo de Kayser (1967). De esa forma se obtuvo el diagrama de la figura 1.

A partir de esa figura podemos decir que (1) la relación se escapa un tanto de la linealidad; (2) no hay evidencias de que las Cefeidas de diferentes galaxias sigan diferentes relaciones P-L en lo que se refiere a la inclinación; (3) existe

una dispersión apreciable para un determinado período, la cual es mayor en B que en V, no disminuye o desaparece para ningún período y en primera aproximación parece ser la misma para todo P.

Según Sandage, ninguna combinación de módulos de distancia puede disminuir esa dispersión a cero.

Este hecho juntamente con razones teóricas en virtud de las cuales tal dispersión debería existir y ser precisamente de esta orden, lo conduce a pensar que esa dispersión es intrínseca.

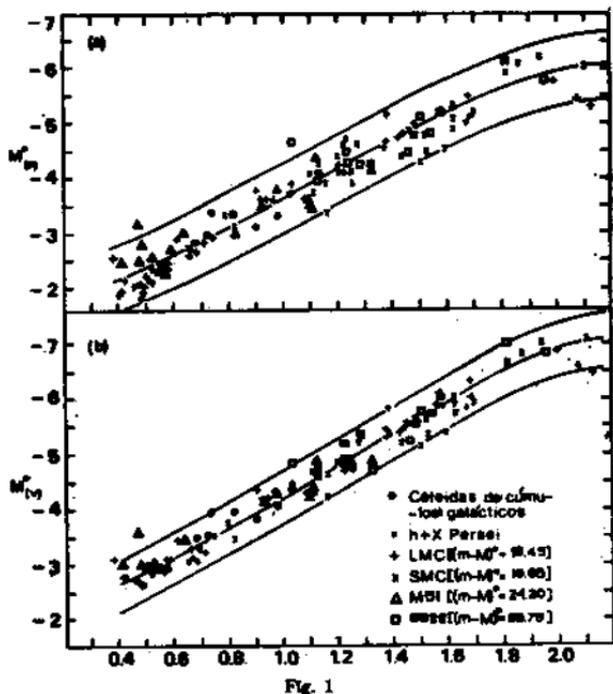


Fig. 1

(ii) - La dispersión intrínseca de la relación P-L. Una relación P-L bien definida puede ser interpretada sin necesidad de recurrir a desarrollos teóricos teniendo en mente las siguientes ideas: (a) dado que las oscilaciones están controladas por la gravedad se deduce que:  $P\sqrt{\rho} = Q$  (donde Q debe variar lentamente sobre el plano HR). En consecuencia, las líneas de densidad constante son aproximadamente líneas de período constante; (b) si todas las estrellas gigantes pulsasen, no existiría una relación bien definida P-L, porque las líneas de densidad constante están muy inclinadas en el diagrama HR, o sea, cortan muy

verticalmente las líneas de magnitud constante. La relación P-L tendría entonces una dispersión enorme. Pero si la región de pulsación se restringe a una banda estrecha en el diagrama HR, entonces a una densidad dada correspondería un intervalo estrecho de  $M_v$  y por lo tanto, una relación P-L para las Cefeidas. Esta era la situación real conocida desde 1921, debido a la relación entre el tipo espectral y el período efectuada por Russell (1927) y Shapley (1927), lo que implicaba una relación entre tipo espectral y magnitud absoluta, es decir, un "locus" en el diagrama H-R. Cuanto más amplio fuese ese "locus" mayor sería la dispersión intrínseca en la relación período-espectro y menos definida sería la relación P-L.

De las observaciones efectuadas entre 1940 y 1950 surgen bases para un nuevo enfoque del problema: (a) M. Schwarzschild demostró que las RRL y  $r$  están situadas en una región de ancho finito con  $\Delta(B-V) \approx 0.3$  mag. en la rama horizontal de los cúmulos globulares; (b) O. Eggen localizó las Cefeidas clásicas en el diagrama C-M con nuevos datos fotométricos. A pesar de modificaciones posteriores en el enrojecimiento, el gráfico de Eggen sugiere fuertemente que las Cefeidas ocupaban, en su brillo medio, una región bien limitada en el plano C-M, o sea, justamente la condición para una relación P-L.

La combinación de estos resultados con los de Schwarzschild permitió a Sandage efectuar una discusión explícita sobre la dispersión intrínseca, es decir, sobre la existencia de un tercer parámetro. Basándose en relaciones bien conocidas que vinculan los parámetros observables de las estrellas, tales como luminosidades y colores, con temperaturas efectivas, radios y masas, Sandage logra predecir la existencia de una cerrada fami

lia de relaciones período-luminosidad dependientes de un parámetro: el color intrínseco. Tanto este autor como Tammann sostienen que dicha propiedad es intrínseca y debe ser tomada en cuenta como tercer parámetro para describir las magnitudes absolutas de las Cefeidas de período conocido.

(iii) - *Calibración absoluta.* Ya que tanto la forma de la relación P-L, cuanto el diagrama de Sandage dependen solo de diferencias de magnitud, no necesitamos la calibración absoluta para corregir los efectos de color.

La calibración absoluta, en cambio, de la relación P-L (figura 1) puede ser hecha una vez que conozcamos el módulo de distancia para una parte cualquiera de los datos. Las magnitudes absolutas y colores intrínsecos de 7 Cefeidas en cúmulos galácticos y 6 en asociaciones estelares fueron obtenidas por Sandage por el método de los paralajes fotométricos a través de la coincidencia de las secuencias principales. El descubrimiento de Cefeidas en cúmulos por J. Irwin fue muy importante a este respecto. De manera similar al caso de las estrellas en la figura 1, el tercer parámetro deberá utilizarse en estas Cefeidas de calibración para describir adecuadamente su posición en la banda P-L. La mejor representación de los datos con esas 13 calibraciones nos conducen a

$$M_V = -3.425 \log P + 2.52 (B-V)_0 - 2.459$$

$$M_B = -3.534 \log P + 3.647 (B-V)_0 - 2.469$$

las ecuaciones que representan todo el material dentro de un error cuadrático medio de  $\pm 0.14$  en el intervalo  $2^d < P \leq 42^2$ .

## 5 - ESTRELLAS MÁS BRILLANTES

En las galaxias con velocidades radiales inferiores a 1500 km/s podemos observar estrellas individuales pertenecientes al extremo superior de la luminosidad de Población I. Hubble publicó en 1936 una lista que contiene identificaciones y magnitudes y Sandage (1958) efectuó un estudio más detallado, haciendo las siguientes observaciones:

1) es probable que Hubble haya confundido las regiones HII brillantes y compactas con estrellas, resultando así que la diferencia de módulos con grupos próximos, donde se observan estrellas sin confusión, y el Cúmulo de Virgo, donde esta confusión existe, resulte subestimada en  $2^m$ ;

2) es probable que la magnitud absoluta de las estrellas más brillantes dependa del tipo morfológico y de la magnitud absoluta de la galaxia a que pertenecen. Es bien conocida la investigación de Holmberg (1950) a este respecto, aunque es necesario actualizarla. También Sérsic (1959) mostró evidencias de una correlación a este respecto;

3) las estrellas más brillantes no aparecen aisladas sino en grupos y asociaciones, lo que hace difícil identificarlas. En el Simposio de Santa Barbara (1961) Sandage suministró los siguientes valores para las magnitudes absolutas de las estrellas más brillantes en varias galaxias (tabla que se sigue).

Si adoptamos los módulos de la última columna entonces tendremos la media

$$\langle M_B \rangle = -9.28 \pm 0.2$$

Galaxia	B	$-M_B$	$(m-M)_B$
M31	15.7	9.1	24.8
M33	15.3	9.3	24.3
LMC	9.7	9.0	18.7
SMC	10.3	8.7	19.0
IC 1613	17.1	7.2	24.3
NGC 2403	18.6	9.0	27.6
M101	18.9	9.5	28.4

para el extremo superior de la luminosidad de Población I.

En 1953 Hubble y Sandage sugirieron que las estrellas variables más azules en la Galaxia deberían ser buenos indicadores de distancia. Recientes resultados de Tammann y Sandage revelan que esas estrellas tienen una dispersión intrínseca considerable en su brillo máximo. En efecto, parece que estos objetos son intermedios entre las estrellas estables más brillantes de la secuencia principal y las SN de tipo 2.

6 - ESTRELLAS RR LYRAS

Las primeras investigaciones estadísticas de Woolley, independientes de las de Pavloskaya, en 1953 y 1954 sugirieron una magnitud absoluta para las RR Lyr de  $+0.6$  y  $+0.5$ , aunque solo recientemente (en la década del 60) gracias a las investigaciones de Arp, Eggen y Sandage fue abandonada la vieja convención de dar a esas estrellas la magnitud absoluta  $0^m.0$ .

Las magnitudes absolutas determinadas recientemente se deben a Sandage (en cúmulos globulares) que obtuvo  $\langle M_V \rangle = 0^m.45$  y a van Herk (paralajes dinámicos de 210 estrellas de campo) que obtuvo  $\langle M_V \rangle = +0.68$ .

De esa forma el valor medio  $\langle M_V \rangle = +0^m.5$  está lejos de ser definitivo y deberá ser seguramente modificado. Debido a esa baja luminosidad las estrellas RRLyr pueden solo ser utilizadas como indicadores en las galaxias más próximas al grupo local, particularmente en las enanas E y en las Nubes de Magallanes.

7 - ESTRELLAS GIGANTES ROJAS

Entre los indicadores de Población II las estrellas más brillantes son las gigantes rojas. La calibración de la magnitud absoluta de esos objetos se hizo siempre hecha en relación a las estrellas RR Lyr en cúmulos globulares. Según Arp (1957) las estrellas más brillantes de los cúmulos globulares en la galaxia difieren de las de sus RR Lyr en las siguientes formas:

$$M_* - M_{RR} = \begin{cases} - 1.58 \pm 0.24 \text{ (B)} \\ - 3.01 \pm 0.17 \text{ (V)} \end{cases}$$

A pesar de su valor potencial como indicadores, estas estrellas tienen el inconveniente de que sus magnitudes absolutas dependen fuertemente de la composición química de la población estelar y hasta que no sea definida ésta habrá una gran incertidumbre en el empleo de los valores citados para otras galaxias.

## 8 - NOVAS Y SUPERNOVAS

Desde el punto de vista histórico fueron éstos los primeros objetos utilizados para hacer estimaciones de distancia y fueron llamados indicadores por K. Lundmark (1926). La calibración actual de magnitudes para novas se debe a H. Arp que realizó un estudio sistemático de esas estrellas en M31. Dicho autor encontró que las luminosidades máximas se distribuyen en dos grupos. El primero de  $-8^m.5$  y el segundo en torno de  $-6^m.4$ . Ellos corresponden respectivamente a las novas rápidas y a las novas lentas. El valor medio de toda la nuestra es  $-7^m.5$  coincidente con el estudio ya clásico de Cechini y Craton para las novas galácticas.

Las supernovas (SN) distantes pueden ser comparadas directamente con las SN de nuestra galaxia. Desgraciadamente poco se sabe sobre la dispersión intrínseca de las magnitudes absolutas de los diferentes tipos de SN cuando se encuentra en su brillo máximo. Además de ello solo tenemos informaciones fragmentadas sobre la mayoría de las SN que aparecieron en nuestra galaxia en los últimos 10 siglos. Ni la magnitud aparente, ni la distancia de la SN en Lupus (año 1006) por ejemplo, se conoce con certeza. La SN del Cangrejo es según Minkowski, indudablemente un objeto especial, cuyo equivalente extragaláctico parece no haber sido observado aún. Solo la supernova de Tycho (1572) es bien conocida. El trabajo definitivo de Baade permite suponer que  $V = -4^m.0 \pm 0.3$  para la magnitud visual aparente del máximo. La comparación de las líneas de HI en absorción con los modelos de rotación de la galaxia permite suponer una distancia entre 3 a 3.5 kpc y que conduce a  $M_V(\max) = -19^m.2 \pm 0^m.4$ .

## 9 - CÚMULOS GLOBULARES

Los cúmulos globulares poseen, como indicáramos, la ventaja de evitar las regiones con oscurecimiento en las galaxias donde se encuentran y proporcionan por lo tanto, un módulo libre de la absorción intrínseca. Sin duda no es fácil identificarlos, principalmente en los objetos visto de plano, pues en ese caso se proyectan sobre la imagen de la galaxia y son difíciles de observar.

Los cúmulos globulares aparecen en gran número en M31 e fueron estudiados por Hubble y Mayall. En un trabajo fundamental, Kron y Mayall (1960) discutieron las observaciones fotométricas de 187 cúmulos, la mayoría de ellos globulares en nuestra Galaxia, en las Nubes de Magallanes y en M31. De sus observaciones llegaron a las siguientes conclusiones:

a) los cúmulos en nuestra Galaxia parecen ser sistemáticamente más azules que aquellos de M31, en 0.2 magnitudes en B-V, aún después de descontar el envejecimiento;

b) los cúmulos situados en el halo de M31 poseen una dispersión intrínseca en color de 0.4 magnitudes;

c) la comparación de los histogramas de frecuencia de los cúmulos en M31, las Nubes de Magallanes y en la Galaxia, conducen a módulos de  $23^m.5$  a  $24^m$  para la primera y  $19^m.0$  para las otras, con una incertidumbre del orden de  $\pm 0^m.5$  magnitudes (figura 2).

Racine efectuó estudios fotométricos de más de 2000 cúmulos globulares en M87 y en el halo de M31. Según él, el cúmulo más brillante aparece en  $B = 21^m.2$ . El supuesto de

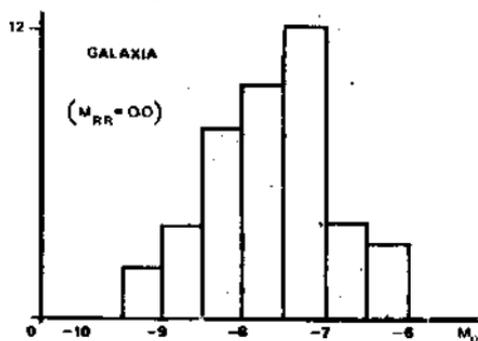
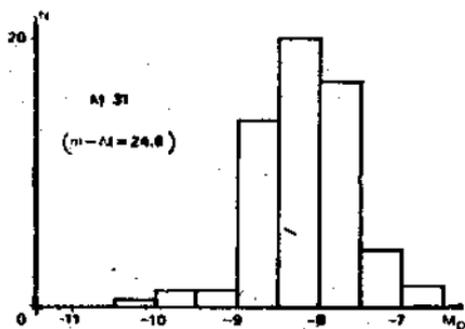


Fig. 2

que los cúmulos globulares más brillantes situados en diferentes galaxias poseen la misma luminosidad aún no está demostrada. El cúmulo más brillante en la Galaxia es  $\omega$  Centauro, para el cual  $M_B = -9^m.7$  si  $\langle M_B \rangle = +0^m.8$  para la magnitud absoluta de las RRLyr en este cúmulo. Este valor es sustancialmente más débil que  $M_B = -10^m.05$  obtenido recientemente para el cúmulo Mayall II situado en M31. Los datos para

la galaxia y para M31 nos proporcionan un valor medio  $\langle M_B \rangle = -9^m.88 \pm 0^m.3$ .

## 10 - LUMINOSIDAD INTRÍNSECA DE LAS GALAXIAS

El último indicador fotométrico al cual es posible recurrir es la luminosidad intrínseca de las galaxias. Este implica un conocimiento de las magnitudes absolutas de las galaxias en función del tipo y clase de luminosidad.

Del sistema de clasificación a dos parámetros de van den Bergh es posible inferir la clase de luminosidad de una galaxia basándonos en su morfología. La comparación de clases de luminosidad de las espirales distantes con aquellas del Grupo Local, tales como M31 y M33, permite inferir su distancia y hacer una estimación de la constante de Hubble. La principal dificultad yace en que la calibración de la escala depende solo de las galaxias del Grupo Local.

Las investigaciones efectuadas por Sandage y Tammann (1974) ampliaron la base de comparación procediendo de la siguiente forma:

a) clasificación en el sistema de van den Bergh de las espirales de Virgo;

b) utilización de todas las espirales en las cuales conocemos Cefeidas, con sus clases de luminosidad debidamente determinadas, como calibradores.

También las luminosidades de las galaxias gE son fundamentales para el establecimiento de la escala de distancias. En efecto, para estudiar la ley de Hubble a grandes distancias, es preciso escoger a priori una muestra de galaxias cuya dispersión en magnitudes absolutas  $\sigma(M)$  sea pequeña. En otras palabras, escoger la magnitud absoluta de determinadas galaxias

como indicador. La muestra utilizada generalmente está formada por la galaxia más brillante de un cúmulo con características regulares. Tales cúmulos están predominantemente compuestos de galaxias E. (Este hecho sorprendente fué analizado por Hubble y Humason en 1931, es de primera importancia para ser considerado en cualquier teoría sobre la formación de galaxias).

Las galaxias más brillantes en tales cúmulos poseen contenidos estelares muy semejantes, tal como se deduce de la observación de sus espectros y distribución de luminosidad  $I(\lambda)$ . Ya que en la Metagalaxia interior, o sea en el espacio que nos rodea hasta el cúmulo de Virgo no existen sistemas gE comparables, es fundamental establecer la distancia del cúmulo de Virgo para calibrar la magnitud absoluta de las galaxias gE.

## 11 - INDICADORES GEOMÉTRICOS

Un indicador geométrico de distancia es un detalle medible en una galaxia, que posee un diámetro ( $d$ ) y una dispersión  $\alpha(d)$  relativamente baja. Por su naturaleza, tales indicadores son independientes por lo menos en primera aproximación de la absorción, proporcionando entonces módulos verdaderos. El máximo alcance que se obtiene con estos indicadores está dado por el poder separador del telescopio y la placa (o sea al disco de confusión atmosférica ("seeing") y finalmente la difusión de la luz en la gelatina).

Esos efectos forman imágenes estelares de diámetro finito ( $d_s$ ) y agrandan el diámetro verdadero ( $d_0$ ) de un indicador. Así por ejemplo, en el caso del telescopio de 5 m de Palomar, es posible medir  $d_0$  con precisión superior al 25% si mantenemos  $d > d_s = 2^{0.5}$ . En general corregimos el valor observado por medio de la relación

$$d_0^2 = d^2 - d_s^2$$

que supone una ley de difusión Gaussiana.

## 12 - DIÁMETROS DE LAS REGIONES HII

En 1957 Gum y de Vaucouleurs demostraron la constancia de los diámetros de los mayores anillos de hidrógeno en emisión en las galaxias. El diámetro medio de estas formaciones es del orden de 100 pc con una variación de apenas el 7% cuando son medidas en placas azules. Posteriormente, Sêrsic (1959, 1960) investigó las posibilidades de las regiones HII como indicadores de distancia, sin fijarse en el hecho de si se trataban de anillos o no. Eso permitiría recurrir a la relativa abundancia de estos objetos en las galaxias espirales e irregulares. Así fueron efectuadas las medidas del diámetro de regiones HII sobre placas azules obtenidas con los telescopios de 2.5 y 5.0 m. Como el trabajo fue hecho utilizando placas azules, las únicas disponibles, el contraste de las regiones HII con el fondo fue generalmente pequeño, de tal forma que los diámetros medidos son algo menores que los determinados utilizando placas en H $\alpha$ .

De cualquier forma, el material colectado para 88 galaxias define un sistema de distancias relativas y también de diámetros que hasta hoy son utilizados.

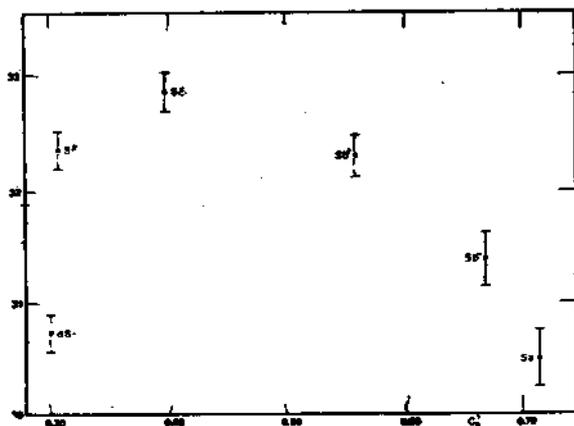


Fig. 3

Una clase tan general de objetos está presente en todas las galaxias con Población I. Su extremo superior correlaciona muy bien con el tipo de galaxia, tal como se deduce de la tabla que

sigue y de la figura 3.

Tipo	D(pc)
Sa	60
Sb <sup>-</sup>	90
Sb <sup>+</sup>	140
Sc <sup>-</sup>	180
Sc <sup>+</sup>	145
IrrI	110
dSc	70

Los valores tabulados se refieren a la media del diámetro de las tres mayores regiones HII en la galaxia consideradas y presentan una dispersión del 20%. Esos resultados están siendo mejorados actualmente por A. Sandage y J. Kristian mediante el empleo de placas en H $\alpha$ , en las cuales las regiones HII se destacan mejor del fondo y pueden ser medidas con mayor precisión y facilidad.

### 13 - DIÁMETROS DE GALAXIAS

A partir de la estrecha correlación entre los diámetros aparentes y las magnitudes totales de las galaxias en un sistema homogéneo es posible, *por lo menos en principio*, utilizar unos o otros como indicadores de distancia. Como consecuencia de la gran variación intrínseca de las magnitudes (y por lo tanto de los diámetros) de las galaxias de un mismo tipo morfológico, no es posible deducir la distancia de una galaxia aislada. La determinación de distancias de dos grupos o cúmulos exigiría la comparación de las funciones de luminosidad y de la distribución de diámetros, lo que en principio es posible, pero difícil de ser realizado. En la práctica se utilizan magnitudes de las 50 primeras galaxias como indicadores relativos. Pero las magnitudes son generalmente difíciles de medir. El empleo de diámetros no exhibe, por otro lado, más que medidas simples y rápidas, consiguiendo así medirse en poco tiempo muchos objetos en un sistema homogéneo. Ese procedimiento ha sido empleado por algunos autores, particularmente por de Vaucouleurs para las galaxias del hemisferio austral.

#### 14 - INDICADORES DINÁMICOS DE DISTANCIA

R.B. Tully y R.R. Fisher (1977) han propuesto recientemente un nuevo método para determinar las distancias de las galaxias espirales. Dicho método es notable por dos razones : 1) usa un parámetro independiente de la distancia que se mide en radiofrecuencias (21 cm); hasta ahora la radioastronomía no nos había proporcionado buenos indicadores de distancia , y 2) el parámetro correlaciona con la luminosidad óptica total de una galaxia. Hasta ahora solo unos pocos indicadores de distancia — además de la clasificación por clases de luminosidad por van den Bergh — han podido usarse para las galaxias espirales, tal como lo vimos más arriba.

El nuevo método usa el ancho de línea de 21 cm medido en las galaxias con un radiotelescopio de una sola antena . El ancho Doppler de la línea depende de los movimientos internos del hidrógeno neutro, esto es esencialmente de la rotación de la galaxia. De aquí que el ancho total de línea sea del orden de  $2(\Delta V)$ , donde  $\Delta V$  es la máxima velocidad rotacional. Por supuesto, el ancho de la línea puede determinarse solamente para galaxias con perfiles de la línea de 21 cm que se hallen bien determinados, lo que limita el método solo a las espirales y las irregulares tardías. Por otra parte es evidente que el ancho de línea solo refleja la componente radial  $\Delta V$ , mientras que el verdadero ancho de línea  $\Delta V$  solo se observa en la galaxia vista de canto — de suerte que el ancho medido para otras galaxias debe corregirse por la inclinación entre el eje de rotación y la visual.

Según Tully y Fisher la correlación entre la magni -

tud absoluta y el ancho del perfil integrado en HI de una galaxia puede inferirse a priori del siguiente modo: sabemos que la masa de una galaxia es

$$M_G \sim (\Delta V)^2 R$$

pero además, si consideramos una muestra de objetos espirales e irregulares tardíos, para ellos se da muy aproximadamente

$$M/L \sim \text{const.}$$

Por otra parte, para ese mismo tipo de galaxias en el Cúmulo de Virgo se observa una relación entre  $\log L$  y  $\log R$  de la forma siguiente (Heidmann, 1969)

$$L \sim R^{2.8}$$

de modo que si aceptamos este hecho empírico y lo combinamos con las dos relaciones precedentes, resulta

$$L \sim (\Delta V)^{3.1}$$

es decir una relación lineal entre  $M = -2.5 \log L$  y  $\log \Delta V$  tal como se ilustra en la figura 4.

Recíprocamente, si en vez de eliminar  $R$  eliminamos la luminosidad  $L$  obtendremos

$$R \sim (\Delta V)^{1.1}$$

de esta suerte Tully y Fisher calibran estas relaciones en base a magnitudes y diámetros proporcionados por Holmberg (1958)

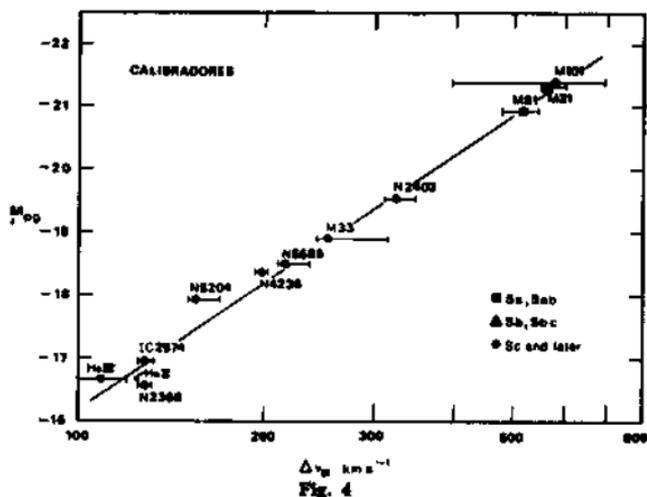


Fig. 4

y obtienen las siguientes expresiones para el m6dulo de distancia

$$\mu_0 = 3.5 + 6.25 \times \log (\Delta V) + m_{pg}(0)$$

y

$$\mu_0 = 25.6 + 3.7 \log (\Delta V) - 5 \log a$$

donde  $\mu_0$  es el m6dulo libre de absorci6n,  $\Delta V$  es el ancho de la l6nea de 21 cm corregido por inclinaci6n,  $\Delta V = \Delta V / \cos i$ ,  $m_{pg}(0)$  la magnitud aparente fotogr6fica corregida por absorci6n en el sistema de Holmberg, y  $a$  el semeje mayor en minutos de arco, tambi6n en el mismo sistema.

15 - LA CALIBRACIÓN DE LOS INDICADORES DE DISTANCIA EN 1976

Durante el Coloquio N° 37 de la IAU realizado en París en Setiembre de 1976, se presentaron interesantes resultados sobre el estado de la escala de distancias y en particular la calibración de los principales indicadores.

Según van den Bergh, la mejor relación P-L en nuestra galaxia es la siguiente:

$$M_{\langle V \rangle} = - 1.18 - 2.90 \log P$$

En las Nubes de Magallanes esta relación representa mejor la envolvente debido, posiblemente, al enrojecimiento. En cambio en IC 1613 no existen posibilidades de representación, lo que contradice los resultados de Sandage. Un índice de la incertidumbre sobre la relación C-P puede deducirse de las siguientes expresiones obtenidas respectivamente por van den Bergh y Sandage-Tammann

$$\langle B \rangle_0 - \langle V \rangle_0 = 0.27 + 0.480 \log P$$

$$\langle B \rangle_0 - \langle V \rangle_0 = 0.37 + 0.264 \log P$$

para las Cefeidas de nuestra galaxia van den Bergh advierte que la diferencia de colores intrínsecos de las Cefeidas pertenecientes a galaxias diferentes, es un efecto de composición química.

de Vaucouleurs por su parte introduce la siguiente clasificación de indicadores de distancia:

Primarios:

- Novas (calibradas con paralaje geométricos)
- Cefeidas (calibradas por intermedio del empalme de secuencias principales)
- RR Lyrae

Secundarios:

- Estrellas más brillantes
- Regiones HII
- Cúmulos globulares (función de luminosidad)

Terciarios:

- Diámetros aparentes de galaxias (corregidos)
- Magnitudes aparentes de galaxias (corregidas)

La calibración de los indicadores primarios es la siguiente: la magnitud absoluta de las Novas 15 días después del máximo  $\langle M_{15} \rangle$ , basada en 15 Novas galácticas resulta ser

$$\langle M_{15} \rangle = - 5.5 \pm 0.15$$

para las Cefeidas en cambio, define un punto cero basado en una magnitud absoluta media  $\langle M_B \rangle = - 2.92 \pm 0.15$  en  $\log P = 0.8$  basada en 13 Cefeidas pertenecientes a 8 cúmulos galácticos.

Finalmente para las RRLyr adopta  $\langle M_V \rangle = +0.86 \pm 0.15$  basado en varios autores, entre ellos McClube.

La calibración de los indicadores secundarios, también por el mismo autor, es la siguiente: magnitud absoluta de las estrellas más brillantes azules en las galaxias espirales

como función de la magnitud absoluta de éstas.

$$M_1^*(B) = 10.0 - 0.35 (M_T^0 + 20)$$

magnitud absoluta de las estrellas variables rojas

$$\langle M_V \rangle = - 7.6 \pm 0.4$$

magnitud absoluta de las variables azules Hubble-Sandage

$$\langle M_B \rangle_{\max} = - 9.13 \pm 0.17$$

Diámetro, en pc, medio de los anillos HII en función de la magnitud absoluta de las galaxias tardías

$$\langle \log D_1 \rangle = 1.85 - 0.05 (M_T^0 + 10)$$

basado en 6 galaxias del Grupo Local.

Magnitud absoluta media de los cúmulos globulares

$$\langle M_B \rangle = - 6.55 \quad \sigma = 1^m.10$$

$$\langle M_V \rangle = - 7.3$$

## 16 - MODULOS DE DISTANCIA EN EL GRUPO LOCAL Y VECINDADES

En la Nube Mayor de Magallanes disponemos de 17 Cefeidas y en la Menor de 24, observadas fotoeléctricamente. Ellas no están afectadas por absorción en las nubes pero el exceso de color debido a nuestra Galaxia es respectivamente  $E_{B-V} = 0^m.08$  y  $0^m.02$ . Con el empalmo de las relaciones P-L-C, Tammann y Sandage obtienen

$$(m-M)_{LMC}^0 = 18^m.67 \quad D = 54 \text{ kpc}$$

$$(m-M)_{SMC}^0 = 19^m.36 \quad D = 75 \text{ kpc}$$

Para M31 disponemos de 12 Cefeidas observadas fotográficamente, pero con secuencias fotoeléctricas, el enrojecimiento  $E_{B-V} = 0^m.16$ . Tales Cefeidas se encuentran a 96' del centro de la galaxia y parece que no poseen absorción adicional de modo que

$$(m-M)_{M31}^0 = 24^m.16 \quad D = 679 \text{ kpc}$$

De las 13 Cefeidas discutidas por Kayser (1967) en MGC 6822 y con  $E_{B-V} = 0^m.27$  se deduce

$$(m-M)_{M6822}^0 = 23^m.95 \quad D = 617 \text{ kpc}$$

En este caso no estamos tan seguros del hecho de que no existe un enrojecimiento intrínseco. Las Cefeidas de M33 fueron investigadas hace 50 años por Hubble, que las encontró  $0^m.1$  más brillantes en B que las de M31. Con  $E_{B-V} = 0^m.03$  se deduce un módulo:

$$(m-M)_{M33}^0 = 24^m.58 \quad D = 824 \text{ kpc}$$

Las Cefeidas de IC 1613 fueron revisadas por Baade y Sandage , que las encontraron  $5^m.31$  más débiles en B que en la SMC. El exceso de color  $E_{B-V} = 0^m.03$  de donde se deduce un módulo

$$(m-M)_{IC1613}^0 = 24^m.87 \quad D = 942 \text{ kpc}$$

Hasta aquí los módulos para las galaxias del Grupo Local, que pueden ser deducidos de modo directo o indirecto, de la relación P-L para Cefeidas. Dado que esas estrellas son observables en galaxias de grupos vecinos proporcionaremos a continuación los datos para la galaxia NGC 2403 cuyo exceso de color es  $E_{B-V} = 0^m.03$  y el módulo

$$(m-M)_{M2403}^m = 27^m.80 \quad D = 3310 \text{ kpc}$$

Naturalmente las distancias así deducidas dependen de la validez de la relación P-L-C en las diferentes galaxias. Aparentemente, como ya habíamos mencionado, los resultados observacionales no contradicen la hipótesis formulada, excepto tal vez, en el caso de las Nubes de Magallanes.

Christy demostró que esas diferencias no requieren, necesariamente, relaciones diferentes de P-L-C. La región de inestabilidad de las Cefeidas podría deberse a diferentes abundancias de helio en el diagrama H-R o a las diferentes abundancias de metal, microturbulencias o presión electrónica. Una relación P-L-C desde el punto de vista de Tamman deha ser considerado entonces como una "feliz coincidencia".

La relación P-L-C, al ser calibrada utilizando Cefeidas situadas en cúmulos abiertos, se hace en la distancia de

las Hyades, de ahí la importancia de este cúmulo para el conocimiento del Universo.

El método de calibración de distancia basado en las Cefeidas no puede ser aplicado para módulos superiores a 28. Por lo tanto, las observaciones del grupo del Polo Galáctico Sur (PG3 = Sculptor) que se efectúa en Chile (Toledo) con el telescopio de 4m ampliarán la base de apoyo de la escala de distancias, al mejorar aquella de NGC 45, 55, 247, 253 y 300 que se sitúan en  $m-M \approx 27.3$  (Sérsic, 1960).

17 - MODULO DE DISTANCIA EN EL CUMULO DE VIRGO (CV) Y ESTIMACIONES DE H

Comparando la clasificación de galaxias por clases de luminosidad en el CV y calibrándolas a partir de las luminosidades de M31 y M33 obtenemos el módulo

$$(m-M)_{CV}^0 = 31^m.0 \pm 0^m.4$$

Recurriendo a la comparación de los cúmulos globulares de M87, que según Racine se observan en  $B = 21^m.2$  y observando que  $\omega$  Centauri, el cúmulo más brillante en la Galaxia, posee  $M_B = -9^m.7$  ( si  $M_{RR}^B = +0^m.8$ ), mientras que el cúmulo globular más brillante en M31 tiene  $M_B = -10^m.05$  y usando el valor medio

$$\langle M_B \rangle = -9^m.88$$

resulta (van den Bergh)

$$(m-M)_{CV}^0 = 31^m.1 \pm 0^m.4$$

En el cúmulo de Virgo conocemos cuatro SN de tipo I con buenas curvas de luz. Kowal publicó sus magnitudes aparentes cuya media es

$$\bar{B} = 12^m.2 \pm 0^m.1$$

donde

$$(m-M)_{CV}^0 = 30^m.9 \pm 0^m.5$$

si recordamos que

$$M_{SN}^B = -18^m.7 \pm 0^m.5$$

En NGC 4192, galaxia situada en el CV, las estrellas más brillantes se sitúan en  $B = 22^m.5$  mientras que en M100 éstas son observadas en  $B = 20^m.9$ , de donde, en media

$$(m-M)_{CV}^0 = 31^m.1 \pm 0^m.5$$

recordando que

$$M_S^B = -9^m.3$$

#### Cúmulo de Virgo

Método	Módulo $(m-M)_{CV}^0$
Clases de luminosidad	$31^m.0 \pm 0^m.4$
Cúmulos globulares	$31^m.2 \pm 0^m.4$
Supernovas	$30^m.9 \pm 0^m.5$
Estrellas más brillantes	$31^m.1 \pm 0^m.5$
Media	$31^m.05 \pm 0^m.2$

$$D = 16.2 \text{ Mpc}$$

Como la velocidad radial media del CV es

$$\langle V_R \rangle_{CV} = 1175 \pm 74 \text{ km s}^{-1}$$

deducimos el siguiente valor de H

$$H = \frac{\langle V_R \rangle_{CV}}{D} = 72 \pm 15 \text{ Km s}^{-1}$$

## 18 - CONCLUSIÓN

En los últimos dos decenios la escala de distancias extragaláctica ha adquirido un grado muy alto de fluencia en su definición. Ello es consecuencia, por una parte, de la expansión de este tipo de investigaciones hacia varios otros observatorios con instrumental adecuado, lo que ha permitido una mayor diversidad de puntos de vista, originalidad de ideas y volumen neto de observaciones. Por otra parte, las sucesivas revisiones de las Cefeidas como indicadores primarios de distancia han repercutido fuertemente en los módulos básicos en las galaxias del Grupo Local.

Si bien en los observatorios da le un valor de  $H$  cercano a los 50 km/sec.Mpc, al resto de los investigadores parece favorecer un valor algo más elevado, del orden de 80 km/sec.Mpc. La complejidad del problema torna difícil una decisión al respecto en un futuro cercano. Sin embargo no es aventurado afirmar que la tendencia a proponer valores cada vez más bajos de  $H$  ha cesado como consecuencia de las razones dadas anteriormente.

BIBLIOGRAFIA

- Arp, H.; 1976, Paris IAU-CNRS Colloquium.
- Arp, H.; Kraft, R.P.; 1961, Ap. J. 133, 420.
- Arp, H.; 1960, A.J. 65, 404.
- Baade, W.; Swope, H.; 1963, A.J. 68, 435.
- Blanco, V.M.; 1976, Bol. Acad. Nac. Cienc. Cba, Tomo 52, entr. 1-2.
- Bottinelli, L.; Gouquenheim, L.; 1976, Astron. & Astrophys., 51, 275.
- Burbidge, E.M.; 1971, General Relativity and Cosmology, 306.
- de Vaucouleurs, G.; 1961, Ap. J. Suppl. 56, 213.
- de Vaucouleurs, G.; Malick, G.M.; 1969, M.N.R.A.S., 142, 387.
- de Vaucouleurs, G. y A.; 1973, Astron. & Astrophys. 28, 109.
- de Vaucouleurs, G.; 1977, Nature 266, 126.
- Eggen, O.J.; 1960, R. Obs. Bull. 61.
- Gascoigne, S.C.; Kron, G.E.; 1965, M.N.R.A.S., 130, 333.
- Gascoigne, S.C.; 1969, M.N.R.A.S., 146, 1.
- Gum, C.S.; de Vaucouleurs, G.; 1953, The Observatory 73, 152.
- Gunn, J.E.; Oke, J.B.; 1975, Ap. J. 195, 255.
- Holmberg, E.; 1950, Lund Medd. II, 120.
- Holmberg, E.; 1958, Lund Medd. 136.
- Hubble, E.; Humason, M.L.; 1931, Ap. J. 74, 43.
- Hubble, E.; Tolman, R.; 1935, Ap. J. 82, 1.
- Humason, M.L.; Mayall, N.O.; Sandage, A.R.; 1956, A. J. 61, 97.
- Kayser, S.E.; 1967, A.J. 72, 134.
- Kirshner, R.; Kwan, J.; 1974, Ap. J. 193, 27.
- Kron, G.E.; Mayall, N.U.; 1960, A.J. 65, 581.

- Lundmark, K.; 1926, Uppsala Medd. 19b, N<sup>o</sup> 8.
- Lundmark, K.; 1954, Medd. Lund 187, 195.
- Mc Clain, E.; Lilley, A.E.; 1956, Ap. J. 123, 172.
- Mineur, H.; 1944, Ann. d'Apk. 7, 160.
- Minkowski, R.; Wilson, D.C.; 1956, Ap. J. 123, 373.
- Pavloskaya, E.D.; 1953, VS Bull. 9, 233.
- Pavloskaya, E.D.; 1954, VS Bull. 9, 349.
- Russell, H.; 1927, Ap. J. 66, 122.
- Sandage, A.R.; 1958, Ap. J. 127, 513.
- Sandage, A.R.; 1968, Ap. J. 152, L149.
- Sandage, A.R.; Tammann, G.A.; 1971, Ap. J. 167, 293.
- Sandage, A.R.; 1972, Ap. J. 173, N<sup>o</sup> 3, 485.
- Sandage, A.R.; 1972, Ap. J. 178, 1.
- Sandage, A.R.; 1972, Ap. J. 178, 25.
- Sandage, A.R.; 1972, Q.J.R. astr. Soc. 13, 282.
- Sandage, A.R.; 1973, Ap. J. 180, 687.
- Sandage, A.R.; 1973, Ap. J. 183, N<sup>o</sup> 3, 731.
- Sandage, A.R.; Hardy, E.; 1973, Ap. J. 183, 743.
- Sandage, A.R.; Tammann, G.A.; 1974, Ap. J. 191, 603.
- Sandage, A.R.; Tammann, G.A.; 1974, Ap. J. 194, 559.
- Sandage, A.R.; Tammann, G.A.; 1974, Ap. J. 194, 223.
- Sandage, A.R.; Tammann, G.A.; 1974, Ap. J. 190, 525.
- Shapley, H.; Curtiss, H.D.; 1921, Bull. Nat. Research Council 2, N<sup>o</sup> 11, 171.
- Shapley, H.; 1927, Circ. Harvard Coll. Obs. 314.
- Sérsic, J.L.; 1959, The Observatory 79, 54.
- Sérsic, J.L.; 1960, Z. für Apk. 50, 168.
- Sérsic, J.L.; IAU Symp. N<sup>o</sup> 15, 371, Ed. McVittie (citado por Sandage).

- Sersic, J.L.; 1962, Ann. d'Apk. 25, 206.
- Sersic, J.L.; 1963, Bol. IMAF 1, Nº 4, 3.
- Schild, R.; Oke, J.B.; 1971, Ap. J. 169, 209.
- Tully, R.B.; Fisher, J.R.; 1977, Astron. & Astrophys.54, 661.
- van den Bergh, S.; 1972, J.R.A.S.C. 66, 237.
- van den Bergh, S.; 1975, vol. IX of Kuiper Compendium on Astronomy; Eds. A. and M. Sandage.
- Vigier, P.; Peker, J.; 1976, Paris IAU-CNRS Colloquium.